

KRZYSZTOF LIPKA

Struktury muzyczne a struktury matematyczne. Dyskusja z Michałem Hellerem

*Współczesny rozwój czystej matematyki jako nauki
możemy zaliczyć do najbardziej oryginalnych wytworów
ludzkiego ducha. Podobne roszczenia może zgłaszać muzyka.*

Alfred N. Whitehead

1.

W pewnym miejscu swej znakomitej książki *Filozofia i wszechświat*¹ Michał Heller przeprowadza pomiędzy matematyką i muzyką pewnego rodzaju paralelę, która obudziła we mnie chęć polemiki. W podrozdziale zatytułowanym *Muzyka świata* znajdujemy kilka następujących myśli:

„W pracy nad *Harmonicae mundi* Keplerowi przyświecała dewiza: ‘to, co w geometrii nazywa się konstrukcją, w muzyce nazywa się współbrzmieniem’. [...] Skupię uwagę na jednym tylko aspekcie dewizy Keplera. Myślę, że struktury matematyczne w fizycznych modelach lub teoriach mniej więcej tak się

¹ M. Heller, *Filozofia i wszechświat*, Kraków 2006, s. 113–115.

mają do struktury świata, jak ma się partytura do muzycznego utworu. Można tu wyliczyć wiele podobieństw:

- [1] Nuty są symbolami wymyślonymi przez człowieka, ale reprezentują (i to z dużą dokładnością) wewnętrzną strukturę muzycznego utworu.
 - [2] Nuty są tworzywem, z którego zrobiona jest muzyka, ale nuty nie są muzyką.
 - [3] Muzyka jest skomponowana za pomocą nut, ale muzyka jest znacznie bardziej (nieskończenie bardziej?) bogata niż zapis nutowy (brzmienie muzyczne zależy od wielu przypadkowych okoliczności: od nieprzewidywalnych wibracji instrumentu, od zdolności wykonawczych muzyka...) Struktura partytury stanowi jedynie przybliżenie struktury muzycznego utworu.
 - [4] Itp., itp.
- [...]

Oczywiście, pomiędzy parami partytura – utwór muzyczny i struktury matematyczne – struktura świata istnieje wiele różnic. Jedną z najbardziej zasadniczych polega na tym, że kompozytor tworzy muzykę i czyni to za pomocą nut, podczas gdy uczonej odcyfrowuje strukturę świata i czyni to za pomocą formuł matematycznych².

Zagadnienie paralelizmu struktur muzycznych i matematycznych wydaje mi się tak frapujące, że warto poświęcić temu tematowi większą uwagę. Spojrzenie Michała Hellera na tę sprawę jest częściowo słuszne, lecz pobieżność potraktowania sprawy i skrót myślowe wprowadziły tu szereg nieścisłości, którym, właśnie ze względu na atrakcyjność tematu, należy się niewątpliwie przyjrzeć i pewne zastrzeżenia wysunąć.

2.

Najpierw chciałbym się zająć nieścisłościami powyższej wypowiedzi.

Zdanie Keplera: 'to, co w geometrii nazywa się konstrukcją, w muzyce nazywa się współbrzmieniem' nie jest prawdziwe. Konstrukcja w muzyce nie nazywa się współbrzmieniem. Konstrukcja w muzyce jest konstrukcją tak samo, jak w geometrii. Konstrukcja muzyczna składa się z dźwięków i ich współbrzmień, tak jak konstrukcja geometryczna składa się z punktów, linii

² Tamże, s. 113.

i ich zależności. A więc mówiąc o muzycznych współbrzmieniach, schodzimy na niższy, bardziej szczegółowy od konstrukcji poziom.

W następnym zdaniu Hellera: „struktury matematyczne w fizycznych modelach lub teoriach mniej więcej tak się mają do struktury świata, jak ma się partytura do muzycznego utworu” dostrzegam trzy aspekty wątpliwe.

Po pierwsze, mamy w powyższym zdaniu trzystopniową hierarchię rzeczywistości: (1) struktury matematyczne – fizyczne modele i teorie – struktura świata oraz (2) dwustopniową hierarchię muzyczną: partytura – utwór muzyczny. Tymczasem to, co nazywamy strukturą muzyczną jest zespołem zależności harmoniczno-formalnych opartym na stosunkach wyliczonych matematycznie. Zatem poziom struktury matematycznej i struktury muzycznej nie jest tym samym poziomem, gdyż struktura muzyczna ma strukturę matematyczną już u swych podstaw. Trudno w zasadzie mówić w tej sytuacji o podobieństwie, po prostu struktura muzyczna daje się sprowadzić do struktury matematycznej. A więc nastąpiło tu zestawienie nieodpowiadających sobie płaszczyzn.

Po drugie, jeżeli „utwór muzyczny” ustawiamy równolegle ze „strukturą świata”, to musimy także zrównać jakoś niższe poziomy. Czemu wówczas ma odpowiadać partytura: „strukturom matematycznym” czy „fizycznym modelom i teoriom”? Otóż w takim układzie: „struktura świata – utwór muzyczny” na pewno partytura nie będzie odpowiadała ani strukturze matematycznej (która zawarta jest w strukturze muzycznej), ani fizycznym modelom i teoriom (bo w muzyce plan teoretyczny w ogóle występuje poza dziełem). Partytura to książka zawierająca zapis muzyczny, tak jak traktat matematyczny czy fizyczny jest książką zawierającą zapisy ich specyficznych struktur. Jednym słowem, strukturom matematycznym w fizycznych modelach lub teoriach „mniej więcej” odpowiadają, jak mi się wydaje, struktury matematyczne w muzycznych modelach lub teoriach.

Po trzecie, w ogóle pomiędzy partyturą a utworem muzycznym nie ma tak ścisłych powiązań, jak: „struktury matematyczne – fizyczne modele i teorie – struktura świata”. O ile dobrze zrozumiałem całość koncepcji Michała Hellera, to według niej u podstaw wszystkiego znajdują się struktury matematyczne, na nich oparte są fizyczne modele i teorie, a na tych ostatnich dopiero struktura świata. Tymczasem odniesienia poszczególnych postaci dzieła muzycznego rozumiem wcale nie równolegle do powyższej sytuacji, gdyż tam zależność partytury i utworu jest taka tylko jak stosunek powieści i wydrukowanego tomu (fundamentu bytowego); treść owego tomu, jakkolwiekby ją tutaj rozumieć, pozostaje treścią, bez względu na to, czy (1) jest zapisana

nutami, cyframi czy literami oraz czy (2) ma u podstaw jakąkolwiek strukturę matematyczną, czy jej nie ma. Przy tym po dokonaniu nawet bardzo licznych zmian w zapisie partytury utwór muzyczny może brzmieć identycznie, gdyż taki zmieniony zapis nie musi wpłynąć na zmiany brzmieniowe w strukturze muzycznej (każdy dźwięk można zanotować na kilka sposobów).

Dalsze wątpliwości nasuwają się przy wyliczaniu podobieństw przez Helle-lera. W punkcie [1] nie rozumiem zależności zdań złożonych, pomiędzy którymi spójnik „ale” sugeruje przeciwstawienie (ale = a jednak): „Nuty są symbolami wymyślonymi przez człowieka, ale reprezentują (i to z dużą dokładnością) wewnętrzną strukturę muzycznego utworu.” Otóż nuty są symbolami wymyślonymi przez człowieka tak samo jak wewnętrzna struktura muzycznego utworu i jak sam utwór, wymyślonymi właśnie po to, by utwór zanotować (nuty – notacja – notowanie). W wypadku struktury świata (która nie jest wymyślona przez człowieka) spójnik międzydaniowy „ale” byłby w zupełności na miejscu, na przykład: struktury matematyczne oraz fizyczne modele i teorie są wymyślone przez człowieka, ale reprezentują wewnętrzną strukturę świata.

Podobnie nie zadowala mnie ujęcie problemu w punkcie [2]: „Nuty są tworzywem, z którego zrobiona jest muzyka, ale nuty nie są muzyką.” Nuty nie są muzyką, to prawda, są znakami obrazującymi jej podstawowe elementy (o tym dalej), ale też w żadnym wypadku nie są bynajmniej tworzywem muzyki. Rudymetarnym tworzywem muzyki jest jej materiał fizyczny, czyli dźwięki.

W punkcie [3] bezwarunkowo można się zgodzić jedynie ze „zdolnościami wykonawczymi muzyka” oraz poniekąd z ostatnim, bardzo ogólnikowym zdaniem: „Struktura partytury stanowi jedynie przybliżenie struktury muzycznego utworu.” Reszta wymaga szczegółowego rozpatrzenia.

Wreszcie w ostatnim akapicie cytowanego fragmentu wypowiedzi Helle-lera część pierwsza jest skróconym powtórzeniem już podważonego poglądu, część druga zaś, mianowicie sformułowanie: „Jedna z najbardziej zasadniczych [różnic] polega na tym, że kompozytor tworzy muzykę i czyni to za pomocą nut, podczas gdy uczonej odcyfrowuje strukturę świata i czyni to za pomocą formuł matematycznych”, domaga się pewnego komentarza. Nie sądzę mianowicie, by kompozytor tworzył muzykę za pomocą nut bardziej niż za pomocą atramentu, tworzy ją za to przede wszystkim – jak matematyk – za pomocą własnego umysłu (talent, wykształcenie, warsztat). Nuty, o ile potraktować je jako niezbędne (co wcale nie jest w wypadku muzyki oczywiste) do komponowania, i tak pozostają wyłącznie środkiem zapisu, a nie budulcem

utworu. Budulec stanowią dźwięki, lecz także dopiero wówczas, gdy poddane są pewnemu uporządkowaniu, przedtem bowiem są tylko elementami skali, które wybrane i odpowiednio ułożone dają właśnie kompozycji budulec.

Podobnie zatem nie sądzę, by badacz odcyfrowywał strukturę świata za pomocą formuł matematycznych. Wydaje mi się, że obdarzony szczególną przenikliwością uczony intuicyjnie wyczuwa strukturę świata i odszukuje jej prawidłowości, porządkuje i ujmuje w postaci matematycznych wzorów składających się na pełniejszą strukturę, którą zapisuje. To jednak dalej pozostaje kwestią do dyskusji.

3.

Teraz dopiero mogę przejść do wysunięcia wszystkich wątpliwości i wahai, a także wyłożenia – na temat proponowanej paraleli – moich własnych spostrzeżeń.

Otóż struktury matematyczne i struktury muzyczne mają niewątpliwie pewne podobieństwa, czy jednak jest możliwa paralela pomiędzy odniesieniem struktur matematycznych do struktury świata a jakimkolwiek innym odniesieniem (nie tylko muzycznym), byłbym raczej skłonny wątpić. Zdaniem Michała Hellera odpowiedniość struktur matematycznych i budowy świata przyrody jest bowiem faktem, tymczasem jakiegokolwiek odnośnienie struktur muzycznych do czegokolwiek zawsze pozostanie tylko konwencją zapisu.

Rozumiem więc, że Michał Heller chciał wyrazić następującą, nieco schopenhauerowską³, myśl: (1) utwór muzyczny sytuuje się jak gdyby strukturalnie na poziomie równym światu i (2) tak jak w partyturze zapisana jest nutami muzyczna kompozycja, tak świat cały ustanowiony jest w bycie za pomocą struktur matematycznych; lub coś zbliżonego. Jest to jednak pogląd (szczególnie jak na uczonego specjalizującego się w filozofii nauk ścisłych) wysoce literacki, mnie zaś zainteresowało poszukanie w nim nieco ściślejszej paralelności.

Paralełę pomiędzy strukturami muzycznymi i matematycznymi dodatkowo komplikuje taka oto niezmiernie ważna różnica, że muzyka jest strukturą odbieraną zmysłowo, podczas gdy matematyka (teoretyczna) tworzy struktury-

³ Por. A. Schopenhauer, *Świat jako wola i przedstawienie*, t. 1–2, przeł. J. Garewicz, Warszawa 1994–1995, t. 1, s. 398.

ry od zmysłowej percepcji jak najdalsze. Na to można jednak odpowiedzieć, że świat odbieramy również zmysłowo, a jego matematyczną strukturę trzeba dopiero wykryć. Zgoda, to wygląda nieco podobnie w naszym oglądzie świata i muzyki. Czy jednak Michał Heller rzeczywiście zamierzał (jak właśnie Schopenhauer) ustawić muzykę na tak wysokiej pozycji, zrównującej ją ze światem? Wydaje mi się, że nie to miał na myśli, a tylko zrównanie struktur matematycznych i muzycznych, a tutaj sprawa ma się jednak całkiem inaczej.

Pozostawiam zatem powyższe na boku jako pewne prolegomena, natomiast – abstrahując już od wszelkich dysproporcji zjawisk i ich poziomów – pozostawiamy przy pytaniu, co właściwie Michał Heller chciał ujrzyć w owych strukturach wspólnego; to mianowicie, jak mi się zdaje, że struktury muzyczne wykazują w stosunku do struktur matematycznych „wiele podobieństw”.

Zacznijmy od szczegółów (w których „siedzi diabeł”) ze strony muzycznej. Przede wszystkim w powyższym fragmencie Heller używa terminu „nuta” w dwóch różnych znaczeniach, raz jako zapisany w partyturze znak, innym razem jako nuta brzmiąca, czyli – fachowo – dźwięk. W rozumieniu ścisłym tylko pierwsze zastosowanie jest terminem poprawnym, drugie zaś nazwą potoczną.

Teraz rozważmy problemy wynikające z przytoczonego na początku fragmentu z książki Hellera, czyli z cytatu, w którym poszczególne akapity ozna-
czyłem nawiasami graniastymi:

Ad. [1] Jeżeli mowa o symbolach wymyślonych przez człowieka, to oczywiście ma się na myśli znaki w partyturze, one zaś reprezentują (raczej zdecydowanie niedokładnie) w sumie zbiór brzmień utworu muzycznego, a nie jego strukturę. Znaki nut są zbyt drobnymi elementami, by z nich wynikała struktura całości dzieła. Strukturę w partyturze można odczytać tylko poprzez analizę konstrukcyjną, to znaczy harmoniczną, formalną, fakturalną utworu. Jest ona zapisana co prawda za pomocą nut, ale sprowadzenie tej struktury do nut to tak samo, jak gdyby powiedzieć, że litery reprezentują wewnętrzną strukturę utworu literackiego, albo też że cegły reprezentują wewnętrzną strukturę gmachu. Nie ma powodu udowadniać, że tak nie jest.

Ad. [2] Jeżeli z kolei powiadamy, że nuty są tworzywem, z którego zrobiona jest muzyka, to nie myślimy już o znakach w partyturze, ale oczywiście mamy na uwadze potoczne znaczenie słowa „nuta” (czyli dźwięk); i rzeczywiście tak traktując ten termin, muzyka faktycznie zrobiona jest z nut, właśnie jak powieść ze zgłosek czy dom z cegieł. Jednak nuty brzmiące są już muzyką, gdyż przez muzykę (choć nie jako dzieło) rozumiemy tak samo całość jej zjawisk, jak i jej materiał; powiadamy: „to dźwięk muzyczny”, choć nie orzekamy: „to

głoska literacka”. Zatem nuty brzmiące są już muzyką, choć rozbitą na najdrobniejsze elementy składowe; tak jak poszczególne głoski są już językiem, choć może jeszcze nie całkiem wiadomo, jakim.

Takie jest oczywiście wyłącznie analityczne rozumienie utworu muzycznego, na którego kształt składa się pewien całkiem nie matematycznie – bo według pewnych zasad, ale z przewagą intuicji i fantazji – uporządkowany zbiór dźwięków; dopiero ten ściśle uorganizowany zbiór jest w pełnym rozumieniu muzyką jako taką. Nuty natomiast, jeżeli potraktować je na powrót w znaczeniu pierwszym, jako znaki w partyturze, nie są oczywiście muzyką w żadnym znaczeniu.

Czy jednak dźwięki są rzeczywiście tworzywem muzyki? Wydaje się raczej, że tworzywo muzyki to po prostu jej treść, a więc pewne nie ujmowalne w słowa sensory emocjonalne, strukturalne, stylistyczne, historyczne, artystyczne itp., przedstawiane czysto muzycznym idiomem. Orzec, że tworzywem muzyki są dźwięki, to mniej więcej tyle, co orzec, że tworzywem literatury są głoski. W pewnym sensie owszem, także, poniekąd, ale przecież tylko jako środek transportowania sensu. Nie powiemy chyba, że głoski są tworzywem powieści? W muzyce ostatecznym zmysłowym tworzywem są brzmienia dobrane w poszczególnych wykonaniach, nie zaś ogólne i abstrakcyjne dźwięki zapisane w partyturze. W partyturze występują bowiem dźwięki uogólnione, a konkretne brzmienie nadaje im dopiero każdorazowo nieco inaczej brzmiące wykonanie.

Szereg dźwięków występujących w utworze muzycznym nie może mieć nic wspólnego z szeregiem matematycznym, który (rozumiany w sensie klasycznym) winien być uporządkowany według jakiejś zasady. W muzyce klasycznej (nie bierzemy więc pod uwagę dodekafonii etc.) uporządkowany zbiór brzmień danego utworu jest zawsze czysto arbitralnym, ograniczonym wyborem dźwięków, ułożonym według wysokości brzmień, niekierowanym żadnymi zasadami. Taki układ dźwięków jest tylko zamkniętym z obu krańców wycinkiem zazwyczaj niepełnego lub rozszerzonego ciągu skalowego, a dalszy dokonany z niego z kolei wybór dźwięków wyłącznie zawiśł od subiektywnej decyzji kompozytora. Przy tym dopiero układ elementów brzmiących nie w postaci usystematyzowanego zbioru dźwięków, a w ukształtowanym już utworze, czyli w takiej postaci, jaką nadał im ostatecznie twórca, można traktować jako strukturę pod pewnymi względami odpowiadającą strukturze matematycznej, gdyż przy owym ułożeniu już wchodzi w grę liczne zasady. Jest to jednak struktura zupełnie odmienna do matematycznej, to raczej układ podobny do liczb rozrzuconych według reguł całkiem nie matematycz-

nych. Można by go więc ewentualnie porównać ze specyficznym matematycznym ciągiem chaotycznym i skończonym.

Szereg dźwięków użytych w danej kompozycji mógłby mieć oczywiście wiele wspólnego z szeregiem matematycznym, gdybyśmy nuty rozpatrywali nie według kolejności występowania w utworze, a dopiero po ich uporządkowaniu we fragment muzycznej skali. Wówczas jednak nie mamy już do czynienia z tworem muzycznym, a tylko z jego „surowym” materiałem, owym mniej lub bardziej kompletnym wycinkiem ciągu.

Ad. [3] Stwierdzenie, że muzyka skomponowana jest za pomocą nut, bardziej nawiązuje do nut jako brzmiących dźwięków, a za chwilę znów pojawiają się w komentowanym fragmencie nuty jako elementy zapisu nutowego. Oczywiście, że muzyka jest znacznie bogatsza od swego zapisu, ale dodatek w nawiasie raczej tę oczywistość pogrąża: na pewno nie można pomyśleć o nieskończonym bogactwie tej różnicy, jeżeli przyjmujemy za kryterium ludzki słuch; większość różnic będzie niemożliwa do wychwycenia ludzkim uchem. Poza tym, gdyby to bogactwo było nieskończenie większe od swego zapisu, gdzież wypadałaby tama tego, co dozwolone? Wówczas należałoby przecież wytyczyć granicę pomiędzy tym oto konkretnym utworem a tamtym, już (choć zagranym z tej samej partytury) całkiem innym.

To zaś z kolei, co jest w odbiorze słyszalne, bardziej dotyczy szczegółów (które Heller trafnie wymienia w kolejnym nawiasie, niezbyt trafnie je określając) niż struktury dzieła, a przecież dyskutowanemu autorowi idzie nie o detale, a o struktury. Dlaczego mówię o niezbyt trafnej charakterystyce elementów wymienionych w nawiasie? 1) „przypadkowe okoliczności”: ten przypadek jest przewidziany i musi być zawsze pod kontrolą, nie może przekroczyć tej granicy, poza którą spotykamy przypadek w życiu potocznym; 2) „nieprzewidywalne wibracje” są w zestawieniu z przewidywalnością wibracji danego dźwięku w hercach tylko niewielkim marginesem, zasadniczo dotyczącym barwy, w dodatku w pewnej mierze dla efektu końcowego obojętnym. Kiedy natomiast różnice te stają się wyraźnie spostrzegalne, to oznaka, że przekraczają możliwość artystycznej tolerancji (nieczyste brzmienie, przesadne *vibrato* etc.).

Rzeczywiście struktura partytury stanowi jedynie przybliżenie struktury muzycznego utworu, ale o tolerancji całkiem różnej od matematycznej; przybliżenie to jest na tyle bliskie, że nie ma mowy o odstępstwach od tekstu; chyba że mamy do czynienia z partyturą muzyki współczesnej, a wówczas w ogóle trudno mówić o jakiegokolwiek zbieżności struktur. Skądinąd

nie jest też oczywiste porównywanie struktury zapisu nutowego ze strukturą brzmienia utworu, jest to raczej swoisty przekład z medium wizualnego na audialne niż rzeczywista bliskość budowy. A już na pewno nie bliskość struktury; znaki nutowe są symbolami dźwięku, a nie ich uproszczonymi obrazami i jako poszczególne elementy, i jako całość. Nuta zapisana w partyturze jest znakiem ogólnym, pod który może być podporządkowana nieskończona liczba dźwięków konkretnych nabierających jednostkowych (muzycznych) znaczeń w interpretacji.

Ad. [4] W tym punkcie rzeczywiście mieści się pokaźny zbiór zbieżności struktur muzycznych i matematycznych. Dotyczy on jednak przede wszystkim paralel akustycznych, harmoniczných i rytmicznych, a formalnych jedynie w niewielkim stopniu. Temat ten, po odpowiednim rozpatrzeniu, niewątpliwie wypełniłby spory tom.

4.

Nuty, w sensie zapisu, nie mają zatem charakteru metaforycznego, a jedynie – jak wszelkie znaki zastępujące przedmioty – znaczenie metonimiczne. Rozumiem to w sposób następujący: nuta nie jest ani znakiem ikonicznym, czyli naśladowującym przedmiot, ani znakiem symbolicznym, ponieważ znak nuta nie jest znakiem konkretnym. Jest natomiast znakiem, który zawsze zastępuje jakiś dźwięk, a ukonkretnia się dopiero poprzez umieszczenie jej na pięciolinii opatrzonej w znaki przykluczowe. Jako rzecz, która zastępuje inną rzecz, występuje na zasadzie metonimicznej.

Nuty pisane są znakami, natomiast dopiero odegrane, jako brzmiąca całość dzieła muzycznego stanowią strukturę symboliczną i zapewne dopiero na tym poziomie można się doszukiwać głębszych zbieżności z matematyką, ponieważ dopiero na tym poziomie dźwięki otrzymują sens, czyli to, co musi – jak miemam – przejawiać się w strukturze matematycznej.

Zatrzymajmy się jednak jeszcze na chwilę przy nucie. Pojedyncza nuta jest znakiem całkowicie abstrakcyjnym i to przede wszystkim zbliża ją do liczby. Jednak treść znaku liczbowego jest trwała nawet w oderwaniu od całości matematycznego systemu, zawsze oznacza jedną i tę samą rzecz: konkretną ilość. Nuta natomiast przez oderwanie od pięciolinii zostaje całkowicie pozbawiona sensu; wiemy o niej tylko tyle, że jest znakiem muzycznym w najogólniejszym znaczeniu; wyabstrahowana z partytury, może oznaczać jakiś dźwięk, uogólniony, a nie konkretny.

Nuta jest czymś więcej niż znakiem czysto graficznym, poza pięciolinia pozostaje bowiem znakiem w pełni kompletnym, a w czasach panowania jednogłosu pisano ją bez żadnych linii nad tekstem słownym i śpiewano, choć linii nie było. Linia zatem nie decyduje o tożsamości nuty, a jedynie uściśla jej brzmienie.

Pojedyncza liczba, nie mówiąca nic o rzeczach policzalnych, wyraża jednak konkretną owych rzeczy ilość, pojedyncza nuta nie wyraża nawet jednego dźwięku, ponieważ nie istnieje dźwięk bez wysokości, nie da się go wyabstrahować z brzmienia. Nuta dopiero umieszczona na pięciolinii i po znakach przykluczowych oznacza do pewnego stopnia sprecyzowane brzmienie. Do pewnego stopnia, gdyż w dalszym ciągu nie określa na przykład głośności, barwy, a nawet precyzyjnej miary w hercach, bo ta zależy z kolei od umownie zakładanego stroju. Taka sytuacja nigdy nie zachodzi w wypadku liczby, która i bez konkretnego określenia liczonego gatunku sama z siebie oznacza ilość rzeczy.

Ale już pojedynczy dźwięk (nie zaś zapisana nuta) muzyczny nie jest znakiem, a jest symbolem niższego stopnia, podczas gdy całość utworu muzycznego stanowi symbol w stopniu wyższym. Struktury muzyczne są symboliczne przy takim rozumieniu symbolu, gdy uznajemy „migotanie” znaczeń i nieprzetłumaczalność treści, której nie charakteryzuje jednoznaczna wykładnia atrybutywna. To nie może oczywiście dotyczyć struktur matematycznych, których doskonałość polega być może na wieloznaczności i różnorodności interpretacyjnej, nie może jednak być mowy o strukturach matematycznych, które byłyby zupełnie niejasne i nieprzetłumaczalne na żaden inny kod czy wyrażalny semantycznie sens.

Nuty zatem nie są, jak powiada Michał Heller, „symbolami lub metaforami melodii”⁴; nuty brzmiące są jej składnikami, nuty zapisane są znakami kolejnych dźwięków (jak litery). Fakt natomiast, że w całości melodia czy kompozycja jest symbolem, niczym muzyki nie wyróżnia, system całościowy kultury składa się z symboli (Cassirer).

5.

Trudno podejmować w krótkim tekście tak niepewne i skomplikowane tematy, jak ten, że formuły matematyczne są „symbolami lub metafora-

⁴ M. Heller, dz. cyt., s. 118.

mi świata”⁵, ale w zasadzie można by postawić pytanie, czy liczby nie są bliższe alegorii niż symbolu, właśnie z powodu swych znaków o charakterze konwencjonalnym i jednoznacznym. Schelling ujmuje tę myśl następująco: „Arytmetyka alegoryzuje, bowiem za pomocą tego, co szczególne, oznacza to, co ogólne”⁶. Muzyka autonomiczna, przy swoim asemantycznym znaczeniu, z alegorią nie ma w ogóle nic wspólnego.

Spróbuję tu (niezobowiązująco) odwołać się do poetyckiego potraktowania tego problemu, które proponuje Rudolf Kassner: „Są ludzie, którzy tęsknią za tym, czego nie mają, i są ludzie, którzy tęsknią za tym, co już mają. To pierwsze odpowiada alegorii, to drugie symbolowi. Tęsknota pierwszych jest czymś całkiem naturalnym [...], tęsknota tych drugich za tym, co już mają – jakoś jest interesująca, żywa, nierozwiązywalna, bez przyczyny i głęboka jak morze oraz świecąca. [...] W każdym symbolu jest tęsknota za samym sobą”⁷.

Otóż jeżeli ktoś powie: „Muzyka tęskni za samą sobą, jest żywa, nierozwiązywalna, głęboka jak morze i świecąca”, uznamy to za (może nawet świetne) określenie poetyckie, właśnie z tej przyczyny, że muzyka jest symbolem i podobne sformułowania można o niej wygłaszać; gdyby jednak całkiem to samo twierdził ktoś o matematyce, uznalibyśmy jego wypowiedź za nieodpowiedzialne, surrealistyczne bełkotanie, mianowicie dlatego, że struktura matematyczna – podobnie jak alegoria i to, być może, miał na myśli Kassner – poddaje się tylko takim metaforom, które odpowiadają jej konwencjonalnie określonej (choć ogólnej) treści.

6.

Wszystko to prowadzi nas z kolei do spojrzenia na podobieństwo struktur muzycznych i matematycznych z odwrotnego, matematycznego punktu widzenia, tak jak go oczywiście pojmuje humanista.

Mimo zaliczenia muzyki do *quadrivium*, mimo stanowiska pitagorejczyków, mimo wszelkich związków muzyki z liczbą – są to bardzo różne dziedziny. Liczbowość struktur dźwiękowych nie jest samoistna, nie istnieje sama dla siebie, lecz tylko „usługowo”, dla muzyki. Tymczasem struktury matematyczne, choć na nich – zdaniem Hellera – wspiera się świat, we własnej

⁵ Tamże.

⁶ F. W. J. Schelling, *Filozofia sztuki*, przeł. K. Krzemieniowa, Warszawa 1983, s. 77.

⁷ R. Kassner, *Moralność muzyki*, przeł. S. Leśniak, Kraków 2009.

dziedziny, w matematyce, są w pełni samowystarczalne, mogą istnieć same dla siebie. Matematyka miałaby zatem istnienie podwójne: dla siebie, jako sztuka, i dla świata, jako podstawa. Muzyka zaś istnieje życiem pojedynczym, tylko dla sztuki, czyli dla człowieka. Przy całej swej wspaniałości nie ma dość siły, by istnieć sama dla siebie.

Zestawienie nut, którego dokonuje kompozytor, a mówiąc ściślej, zestawienie dźwięków zapisywanych nutami, nie jest takim zestawieniem, jak struktura matematyczna, nie jest procesem w pełni intelektualnym. Nie intelekt jest w niej bowiem zasadniczym, podstawowym, a tym bardziej jedynym motorem twórczego działania, jak to wydaje się dzieć w matematyce, w muzyce stanowi on raczej instancję doradczą. W matematyce intelekt co najmniej może posłużyć do sprawdzenia poprawności dowodu, muzyka nie podpada w ogóle pod podobne kategorie. Tworząc struktury dźwiękowe, kompozytor w ogóle nie zastanawia się nad liczbową podstawą dźwięku ani nad jego akustycznym sensem, ani nad żadnym innym, w jakim w sprawach muzycznych w ogóle matematyka mogłaby dochodzić do głosu, przeciwnie, autor może (lub nawet powinien) w ogóle z matematycznych podstaw dźwięków i ich zespołów nie zdawać sobie sprawy. Układa mniejsze i większe grupy brzmień, których dobór nie zależy od żadnych świadomych reguł typu matematycznego; chyba że przyjmie dodatkowo takie właśnie założenia, jakie narzuca dodekafonia czy proponuje muzyka stochastyczna Xenakisa.

Podobna sytuacja w matematyce, operowania liczbami bez zwracania uwagi na ich sens, byłaby absurdalna. Kompozytor zestawia najdrobniejsze motywy melodii z dwóch, trzech dźwięków, bez niemal żadnych (poza rudymenarnymi) wytycznych, zasad, reguł, posługuje się głównie intuicją i talentem, w ogóle nie zastanawia się na tym, czy można przysądzić dźwiękom jakikolwiek pozastrukturalny sens (w rozumieniu sensowności wyrażalnej słowami); matematyk operuje gotowymi liczbami o z góry określonym znaczeniu i „tylko” je zestawia, modyfikuje, układa w sensowne struktury. Układy te zapewne nieraz tak dalece odnoszą się do tajemnic bytu, że wstrząsają całą naszą wiedzą i wizją rzeczywistości. Gdzież do tego strukturom muzycznym? Struktura melodyczna nie ma żadnego sensu poza własnym brzmieniem, ponieważ to, co w muzyce chwytny jako sens, jest czysto subiektywne i najczęściej tylko przez odbiorcę w muzykę wprojektowane; gdyby odnieść tę sytuację do matematyki, to postąpilibyśmy zupełnie tak, jak gdyby równanie matematyczne było ułożone tylko ze względu na estetyczny wygląd danego zestawu cyfr.

Matematyk nie może całkowicie zrezygnować z reguł i odrzucić wszelkie prawidła i znaczenia liczb i ich zestawów. Tymczasem muzyk może odrzucić

wszystkie bez wyjątku reguły, obecnie nawet te, które w tradycyjnej muzyce były nienaruszalne (co się zresztą w pewnym stopniu i granicach zmieniało w historii regularnie co pewien czas). W muzyce współczesnej zastanawiać się nad sensem rezygnacji z wszelkich reguł jest znacznie trudniej, jaki bowiem wypadłby tego efekt? Muzyka bez żadnych w ogóle zasad i tak w dalszym ciągu pozostanie „dziełem” muzyki współczesnej, bez względu na to, czy odnajdziemy w tym dziele jakikolwiek sens. Matematyk nie może stworzyć struktury pozbawionej sensu, podpierając się modą na struktury bezsensowne (co jest dziś nagminne w sztuce).

Struktury matematyczne są poddane wyłącznie ocenie racjonalnej, nie mogą się zmieniać wraz z epoką, stylem, tendencją. Na tym polega ich siła, wiecznotrwałość, aktualność, czego niestety nie da się powiedzieć o strukturach muzycznych. Można sądzić, że matematyczne myślenie zmienia pewne swoje tendencje zgodnie z epoką, ale już wytworzone struktury matematyczne muszą wobec tych zmian zachować trwały sens. Jeżeli zdarza się moment podważenia tego sensu (Cantor, Gödel), wywołuje to dezorientację, zamieszanie w całej dziedzinie i poza nią, podczas gdy całkowite nawet odrzucenie sensu uznanych struktur muzycznych może budzić jedynie w gronie muzycznych konserwatystów pewien, mniej lub bardziej słuszny czy niesłuszny niesmak.

Rzecz jednak najprostsza i najważniejsza, o której tylokrotnie pisał Michał Heller: na strukturach matematycznych opiera się świat. A cóż zawisło od struktur muzycznych poza samą muzyką? Nic. Nic, tym bardziej, że sama muzyka jest od matematyki zależna.

7.

W jednym z dalszych miejsc rozdziału, z którego tu omawiam niewielki ustęp, Michał Heller stwierdza, że „muzyka jest ruchem”⁸. Otóż ten problem jest znów bardzo dyskusyjny. Co bowiem naprawdę w muzyce się porusza, o ile ruch rozumiemy w sensie właściwym, fizycznym? Niewątpliwie palce pianisty, młotek fortepianu, drganie struny i fale akustyczne. Jednak pojmowanie muzyki – która co prawda całościowo stanowi proces – jako zjawiska efektywnego ruchu, jest raczej niezbyt ściśle, potoczne i przenośne. Płynąca melodia jako całość to klasyczna hipostaza. Melodia, odbierana przez nas jako płynąca całość, nie jest ruchem, który przenosi się z dźwięku na dźwięk,

⁸ M. Heller, dz. cyt., s. 114.

to tylko złudzenie naszego odbioru. Każdy dźwięk jest wydobywany osobno, brzmie, urywa się (lub zamiera), a po nim lub razem z nim wydobyty zostaje następny. To nie jest tak, że ten sam dźwięk podwyższa się, a potem obniża, przepływa na inne stopnie skali, nie, każda różnica w wysokości dźwięku jest innym, osobnym, kolejnym dźwiękiem. Melodia może być rozumiana jako całość tylko na zasadzie ilości, która przechodzi w jakość; lub przenośnie. Ponieważ tylko całkowicie płynne przechodzenie dźwięku z wysokości na wysokość można by uznać za zjawiskową jedność i nazwać tę całość na przykład właśnie melodią (rodzaj jednego ciągłego dźwięku o zmieniającej się wysokości).

Nawet kolejne dźwięki skali wydobywane jeden po drugim nie są żadnym faktycznie jednym ruchem. Każdy dźwięk pojawia się oddzielnie, a pomiędzy nimi pozostaje *zawsze* przedział, który można dzielić w nieskończoność na dalsze coraz drobniejsze odległości. W praktyce muzycznej jedynie portamento, specjalny efekt ciągłego przechodzenia z dźwięku na dźwięk (efekt „syreny”) jest pewnym ruchem, też tylko pozornie, płynnym; pozornie, bo widmo tego efektu też nie pokazałoby najdrobniejszych, niesłyszalnych różnicowań brzmienia jako ciąg liniowy.

Trudno jednak stwierdzić, że na skutek ilości i nawarstwienia zbiór brzmień posuwa się naprzód. Jeżeli używamy określenia, że muzyka jest ruchem, że płynie, rozwija się, dąży, zmierza dokądś, wszystko to jest przenośnym rozumieniem ruchu; to prawda, że ogólnie przyjętym i bardzo ułatwiającym porozumienie, jednak w sensie *fizycznym* nie może być mowy o jednolitym i konsekwentnym ruchu muzyki jako całości, jest to wyłącznie zbiór wielu osobnych, nakładanych na siebie ruchów, czyli drgań fal poszczególnych dźwięków. Dźwięki te następują po sobie po prostu razem z postępującymi chwilami mijającego czasu⁹, jak wszystko w naszym życiu, nie ma więc powodu, by upływ muzyki pod tym względem traktować inaczej niż proces picia herbaty. Nad picciem herbaty muzyka (wyłącznie jako proces) góruje tylko tym, że silniej od herbaty porusza – znów przenośnie – nasze dusze. W tym leży jej wielkość.

Pokrewieństwo, o którym ciągle mowa, można przede wszystkim dostrzec na płaszczyźnie ogólniejszej i głębszej niż struktury obu dziedzin. „Uprawianie matematyki – uważał Herman Weyl – może okazać się, podobnie

⁹ Dłatego Husserl w swych *Wykładach z fenomenologii wewnętrznej świadomości czasu* (przeł. J. Sidorek, Warszawa 1989) systematycznie posługuje się niemal wyłącznie przykładami zaczerpniętymi z dziedziny muzyki.

jak uprawianie muzyki czy literatury, samoistnym i oryginalnym przejawem twórczej aktywności człowieka, którego historia opiera się pełnej, obiektywnej racjonalizacji”¹⁰.

Więc, trzeba by zapytać, czy struktury matematyczne nie poruszają naszej duszy tak samo dogłębnie jak muzyka? Właśnie! Przynajmniej niektóre z nich mogą poruszyć tak samo głęboko, mądrze, wrażliwie i przemieniająco. Oto prawdziwe podobieństwo pomiędzy, może tylko wybranymi, strukturami matematycznymi i muzycznymi. Trudno jednak orzec, na ile byłby to podobny sposób, także przecież przenośnego, „poruszenia”. Najwięcej na ten temat mieliby zapewne do powiedzenia starożytni¹¹.

Bibliografia

- Heller M., *Filozofia i wszechświat*, Kraków 2006.
- Husserl E., *Wykłady z fenomenologii wewnętrznej świadomości czasu*, przeł. J. Sidorek, Warszawa 1989.
- Kassner R., *Moralność muzyki*, przeł. S. Leśniak, Kraków 2009.
- Kline M., *Matematyka przestała być nauką pewną i niepodważalną* (wstęp do *Mathematics. The Loss of Certainty*, New York 1980), przeł. R. Murawski, [w:] *Współczesna filozofia matematyki. Wybór tekstów*, red., przekł., komentarze R. Murawski, Warszawa 2002.
- Schelling F. W. J., *Filozofia sztuki*, przeł. K. Krzemieniowa, Warszawa 1983.
- Schopenhauer A., *Świat jako wola i przedstawienie*, t. 1–2, przeł. J. Garewicz, Warszawa 1994–1995, t. 1.

Abstract

Musical and Mathematical Structures. Discussion with Michał Heller

The article is a discussion of the statement of Michał Heller, who in a few paragraphs of the book titled *Filozofia i wszechświat* (Kraków 2006) made a comparison

¹⁰ H. Weyl, cyt. za: M. Kline, *Matematyka przestała być nauką pewną i niepodważalną* (wstęp do *Mathematics. The Loss of Certainty*, New York 1980), przeł. R. Murawski, [w:] *Współczesna filozofia matematyki. Wybór tekstów*, red., przekł., komentarze R. Murawski, Warszawa 2002, s. 273.

¹¹ W tym miejscu gorąco dziękuję dr. hab. Krzysztofowi Guzalskiemu z UJ za przejrzenie niniejszego tekstu i poczynienie wielu bezcennych dla mnie uwag, spośród których liczne wydatnie wpłynęły na poprawienie i dopracowanie prezentowanego tu stanowiska.

between mathematical and musical structures and stated clear parallelism between them (pp. 113–118). A number of inaccuracies have resulted from a too cursory treatment of that compelling problem. The level of the statement made by Heller, i.e. “mathematical structures in physical models or theories are to the structure of the world like a musical score to a piece of music” is inaccurate; if the score is to correspond with physical models, and it is composed of sound structures itself, the structures in that statement can correspond to structures only and the structure of the music has a mathematical structure already in its basis. In the further course of his argument Heller imprecisely uses the term of “notes”, one time as the score, the other time as characters written in it or as sounding elements of a piece of music. Another contentious issue concerns the organization of the material of the mathematical and musical structures. In classical music an orderly collection of sounds of a certain piece of music is always a purely arbitrary and limited selection of sounds, ordered according to the pitch of sounds; it is not driven by any other rules. In comparison to the mathematical structure it presents itself rather as a system which is similar to numbers that are scattered according to rules which are not mathematical at all. The score itself does not constitute any type of musical structure and a specific musical structure appears only in an interpretation (during a performance and reception). A significant difference occurs also at the level of characters. The content of a numeric character is stable even when it is isolated from the whole mathematical system. It always means one and the same thing, i.e. a specific quantity. A note, by contrast, becomes completely meaningless when detached from the staff. The numerical character of the sound structures is not self-contained. It exists only when it serves music. Meanwhile, mathematical structures, although they support the world according to Heller, are fully self-sufficient in their own field, which is mathematics. They can exist for themselves there. Thus, mathematics would have a double existence: one for itself as art and the other one for the world as a basis. By contrast, music has a single existence only; it exists for the aims of art. With its entire splendor it does not have enough power to exist for itself. While creating sound structures, a composer considers neither the numerical basis of sound nor its acoustic sense, or any other sense connected with music. Finally, mathematical systems probably often relate to the mysteries of existence in a way which shakes all our knowledge and vision of reality. How dissimilar are musical structures here, though? There is only one certain thing there: both mathematical and musical structures can deeply move a human spirit. That is where, perhaps, their greatest similarity lies.

Key words: musical structures, mathematical structures, Michał Heller, philosophy of art