

Uniwersytet Ekonomiczny w Poznaniu  
Katedra Ekonometrii

*Milda Maria Burzała*

## SYNCHRONIZACJA CYKLI KONIUNKTURALNYCH WOJEWÓDZTW Z CYKLAMI OGÓLNOKRAJOWYMI

**Z a r y s t r e ś c i.** W artykule podjęto próbę oceny stopnia synchronizacji cykli koniunkturalnych województw Polski z cyklami ogólnokrajowymi. Miernikiem aktywności gospodarczej były rejestrowane miesięcznie od stycznia 1999 do grudnia 2008 indeksy produkcji sprzedanej przemysłu ogółem oczyszczone z wahań sezonowych i przypadkowych. Analizę dominujących cykli koniunkturalnych przeprowadzono z wykorzystaniem analizy spektralnej. Do oceny synchronizacji cykli wykorzystano charakterystyki analizy kospektralnej: współczynnik koherencji, wzmocnienie amplitudy oraz przesunięcie fazowe. W podsumowaniu artykułu podjęto próbę budowy miernika syntetycznego, który był podstawą przypisania rang poszczególnym województwom ze względu na stopień synchronizacji cyklu koniunkturalnego.

**S ł o w a k l u c z o w e:** analiza spektralna, analiza kospektralna, cykl koniunkturalny, miernik syntetyczny.

### 1. WSTĘP

Porównanie aktywności gospodarczej województw Polski z aktywnością ogólnokrajową stanowi źródło informacji zarówno dla władz regionu, jak i dla władz centralnych. Z makroekonomicznego punktu widzenia obserwowane zmiany w regionie może być ważnym czynnikiem oceny skuteczności polityki antycyklicznej oraz monitorowania kanałów rozprzestrzenia się wahań.

Pod pojęciem synchronizacji wahań należy rozumieć analizę poszczególnych składowych cyklu koniunkturalnego w zakresie podobieństwa kształtu, amplitudy wahań oraz wzajemnych wyprzedzeń czasowych. Postawione zadanie wymaga przyjęcia miernika aktywności gospodarczej. W badaniach empirycznych wykorzystano rejestrowane miesięcznie od stycznia 1999 do grudnia 2008 indeksy produkcji sprzedanej przemysłu ogółem ( $PR\_IR_t = 100 \cdot PR\_IR_t / PR\_IR_{t-12}$ ), oczyszczone z wahań sezonowych i przypadkowych (program *Statistica 8*, metoda *Census 2*). Stąd pojęcie aktywności gospodarczej odnosi się do

zmian wynikających z oddziaływania łącznie czynników wzrostu i wahań koniunkturalnych. Takie podejście zgodne jest z powszechnie przyjmowaną w analizach empirycznych wzrostową definicją cyklu koniunkturalnego. Badania przeprowadzono w dziedzinie częstości przy wykorzystaniu analizy spektralnej i kospektralnej.

Analiza spektralna, w odniesieniu do polskiej gospodarki, była dotychczas wykorzystywana przede wszystkim w badaniach makroekonomicznych<sup>1</sup>. Warunkiem jej stosowania jest, bowiem odpowiednia długość szeregów czasowych<sup>2</sup>. Istniejący dopiero od 1999 roku układ województw stanowił w tym względzie istotną barierę.

## 2. NARZĘDZIA ANALIZY SPEKTRALNEJ I KOSPEKTRALNEJ

Analiza spektralna i kospektralna odnosi się do stacjonarnych procesów stochastycznych i prowadzona jest w dziedzinie częstości. Przejście z dziedziny czasu do dziedziny częstości umożliwia transformata Fouriera. W badaniach założenie o stacjonarności procesu stochastycznego weryfikowano przy wykorzystaniu testu ADF Dickeya–Fullera.

*Analiza spektralna* sprowadza się do wyznaczenia tzw. *spektrum mocy*, czyli widma rozpatrywanego szeregu czasowego:

$$f(\omega) = \frac{1}{2\pi} \sum_{\tau=-\infty}^{\infty} K(\tau) \cos \omega\tau = \frac{1}{2\pi} \sum_{\tau=-\infty}^{\infty} e^{-i\omega\tau} K(\tau) \quad (1)$$

*dla*  $\omega \in [-\pi; \pi]$ ,

gdzie:  $K(\tau)$  to funkcja autokowariancji,  $\tau = t-s$  to odległość dwóch analizowanych momentów czasu,  $\omega = 2\pi/N$  oznacza częstość występowania składowych harmonicznym.

Spektrum mocy stanowi rozkład wariancji analizowanego szeregu czasowego i umożliwia rozpoznanie struktury harmonicznej szeregu oraz ustalenie wpływu poszczególnych składników szeregu na powstanie wariancji procesu.

*Wzajemna analiza spektralna* umożliwia badanie związków między poszczególnymi częstościami dwóch szeregów czasowych. Podstawową wielkością w tym przypadku jest tzw. *cross-spektrum*, które stanowi rozkład kowariancji wzajemnej dwóch procesów  $K_{yx}(\tau)$ :

$$f_{yx}(\omega) = \frac{1}{2\pi} \sum_{\tau=-\infty}^{\infty} K_{yx}(\tau) \cos \omega\tau = \frac{1}{2\pi} \sum_{\tau=-\infty}^{\infty} e^{-i\omega\tau} K_{yx}(\tau) \quad (2)$$

*dla*  $\omega \in [-\pi; \pi]$ .

<sup>1</sup> Por. prace m.in. P. Skrzypczyński (2006, 2008), S. Dudek, D. Pachucki, K. Walczyk (2008).

<sup>2</sup> W literaturze przedmiotu podaje się, że minimalna długość szeregu czasowego powinna obejmować około 100 obserwacji.

Na podstawie lematu De Moivre'a cross-spektrum można zapisać w postaci zespolonej:

$$f_{yx}(\omega) = \frac{1}{2\pi} \sum_{\tau=-\infty}^{\infty} K_{yx}(\tau) \cos \omega\tau - i \frac{1}{2\pi} \sum_{\tau=-\infty}^{\infty} K_{yx}(\tau) \sin \omega\tau = \\ = c_{yx}(\omega) - iq_{yx}(\omega), \quad (3)$$

gdzie:  $c_{yx}(\omega)$  – *co-spektrum* (część rzeczywista cross-spektrum),

$q_{yx}(\omega)$  – *spektrum kwadraturowe* (ujemna część urojona cross-spektrum).

W ramach analizy kospektaralnej wyprowadzane są trzy charakterystyki, które stanowią podstawę porównania przebiegu dwóch procesów. W badaniach ze zmienną  $X$  związany jest szereg ogólnopolskich indeksów produkcji, natomiast ze zmienną  $Y$  – odpowiedni szereg dla województwa.

- a) Wzmocnienie zmiennej  $X$  względem  $Y$  jest interpretowane jako moduł współczynnika  $\beta$  w regresji zmiennej  $Y$  względem  $X$  dla danej częstotliwości  $\omega$  ( $G_{yx}(\omega) > 1$  oznacza, że amplituda procesu  $y_t$  dla częstotliwości  $\omega$  jest związana z niższą amplitudą procesu  $x_t$ ):

$$G_{yx}(\omega) = \frac{[c_{yx}(\omega)^2 + q_{yx}(\omega)^2]^{0,5}}{f_x(\omega)} \quad i \quad G_{yx}(\omega) \geq 0 \quad dla \quad \omega \in [-\pi; \pi]. \quad (4)$$

- b) Przesunięcie fazowe informuje o ewentualnym wyprzedzeniu (opóźnieniu) zmiennej  $X$  w stosunku do zmiennej  $Y$  (dodatnia wartość – opóźnienie; ujemna – wyprzedzenie) dla częstotliwości  $\omega$ :

$$\phi_{yx}(\omega) = \arctg\left(\frac{-q_{yx}(\omega)}{c_{yx}(\omega)}\right) \quad dla \quad \omega \in [-\pi; \pi]. \quad (5)$$

- c) Koherencja stanowi miarę dopasowania  $R^2$  w regresji zmiennej  $Y$  względem zmiennej  $X$  dla częstotliwości  $\omega$ :

$$K_{yx}^2 = \frac{c_{yx}(\omega)^2 + q_{yx}(\omega)^2}{f_x(\omega) \cdot f_y(\omega)} \quad i \quad 0 \leq K_{yx}^2(\omega) \leq 1 \quad dla \quad \omega \in [-\pi; \pi]. \quad (6)$$

W analizach empirycznych rozpatrujemy tylko te wyprzedzenie lub opóźnienie w danej częstotliwości, które są związane z wysoką wartością współczynnika koherencji (dla mocno skorelowanych składników częstotliwości).

### 3. WYNIKI BADAŃ W DZIEDZINIE CZĘSTOŚCI

Teoretycznie, oczyszczony z wahań sezonowych i przypadkowych roczny indeks produkcji przemysłowej reprezentuje zmiany wynikające nie tylko z przebiegu cyklu koniunkturalnego, ale i trendu. Test ADF zastosowany do rocznych indeksów produkcji oczyszczonych z wahań sezonowych i przypad-

kowych w przypadku szeregu każdego z analizowanych województw wskazywał na istotną ujemność parametru  $\delta$  w modelu (7):

$$\Delta PR\_IR_t = \delta PR\_IR_{t-1} + \sum_{k=1}^k \delta_k \Delta PR\_IR_{t-k} + \varepsilon_t. \quad (7)$$

Statystyki testu ADF pozwalały na odrzucenie hipotezy zerowej o występowaniu pierwiastka jednostkowego już przy poziomie istotności  $\alpha = 0,001$  i uwzględnieniu autokorelacji rzędu pierwszego ( $k=1$ ). Stacjonarność szeregów czasowych nakazuje, aby ewentualny trend stochastyczny występujący w rocznych indeksach produkcji traktować jako realizację wahań o niskich częstotliwościach.

Analizę dominujących cykli przeprowadzono na podstawie spektrum mocy. Długość badanych cykli dla skokowych obserwacji wynosi  $T/i = T, T/2, T/3, \dots, T/(T/2)$ , gdzie  $T$  oznacza ilość wszystkich obserwacji,  $i$  natomiast numer kolejnej harmonicznej składowej (w badaniach  $T = 120$ ). W przypadku 3 województw nie udało się uzyskać wszystkich danych. Analizowane cykle są wtedy odpowiednio krótsze.

Tabela 1. Cykle dominujące: procent wyjaśnionej zmienności szeregu czasowego

Długość szeregu czasowego	Województwa	Częstotliwość (czas trwania w miesiącach)					
		0,008 (120)	0,017 (60)	0,025 (40)	0,033 (30)	0,042 (24)	0,050 (20)
120	POLSKA	9,46	6,19	52,10	0,92	15,61	4,42
120	dolnośląskie	3,46	8,94	42,43	6,97	5,17	4,51
120	kujawsko-pomorskie	3,99	13,75	40,01	4,70	16,71	8,90
120	lubelskie	0,33	6,94	40,48	14,52	11,04	1,35
120	lubuskie	15,33	44,46	6,73	16,65	0,44	0,20
120	łódzkie	41,14	5,33	20,46	5,79	7,51	1,50
120	małopolskie	6,96	3,14	33,43	13,37	3,19	2,82
118	mazowieckie*	17,88	40,39	18,58	0,28	7,54	7,69
60	opolskie***	xxx	29,66	Xxx	37,53	xxx	2,26
120	podkarpackie	6,21	9,77	59,26	11,61	3,53	5,87
120	podlaskie	13,50	7,94	30,51	8,49	3,35	3,92
120	pomorskie	7,11	12,90	10,20	20,38	14,58	25,72
114	śląskie**	0,97	12,96	28,62	6,23	16,56	3,04
120	świętokrzyskie	5,17	6,90	62,12	1,28	4,67	0,61
120	warmińsko-mazurskie	15,81	2,89	59,74	3,23	14,57	0,11
120	wielkopolskie	28,03	31,01	30,41	0,21	3,19	6,73
120	zachodniopomorskie	10,02	7,32	67,58	2,66	1,47	1,77

Przy liczbie obserwacji mniejszej od 120 zmienia się długość analizowanych cykli: \* 118, 59, 39,3, 29,5, 23,6, 19,7; \*\* 114, 57, 38, 28,5, 22,8, 19; \*\*\*60, 30, 20 miesięcy.

Źródło: obliczenia własne.

Województwa te zaznaczono w tabelach gwiazdką, pod tabelą podano czas trwania kolejnych składowych. Najkrótszy szereg dla województwa opolskiego pozwolił analizować tylko 3 cykle.

Dla zdecydowanej większości województw można wskazać jeden cykl, który wyjaśnia w znacznym stopniu wahania indeksów produkcji (w tabeli 1 oznaczony pogrubionym drukiem). Takim dominującym cyklem okazał się cykl 40-miesięczny. W przypadku cyklu ogólnokrajowego wyjaśnia on ponad 52% zmienności szeregu indeksów produkcji. Wpływ pozostałych cykli jest dość zróżnicowany. Dla województwa wielkopolskiego zauważyć można równorzędny wpływ 3 cykli (120, 60 i 40 miesięcy). Generalnie można podać grupy województw, w których aktywność gospodarcza podporządkowana jest cyklem długookresowym (120, 60 miesięcy), średniookresowym (40, 30 miesięcy) oraz cyklem krótkookresowym (24, 20 miesięcy). Województwa, w których dominują cykle długookresowe, to: lubuskie – 59,8%, wielkopolskie – 59,05% oraz mazowieckie – (58,27%). Cykle średniookresowe dominują w województwie podkarpackim (70,86%), zachodniopomorskim (70,24%), świętokrzyskim (63,41%) i warmińsko-mazurskim (62,97). Cykle krótkookresowe dominują przede wszystkim w województwie pomorskim (40,30%). W podanych województwach zmienność szeregu indeksów produkcji jest wyjaśniona w stopniu dużo wyższym niż dla Polski ogółem, gdzie cykle długookresowe wyjaśniają zaledwie 15,65%, średniookresowe – 53,02%, krótkookresowe – 20,02%. Przyjmując jako kryterium cykle dominujące największe podobieństwo z aktywnością ogólnokrajową będą wykazywały te województwa, w których dominują właśnie cykle średniookresowe. Pod tym względem najwyższą synchronizację wykazują województwa warmińsko-mazurskie i świętokrzyskie.

Analizę kospektralną przeprowadzono dla wszystkich cykli trwających od 20 do 120 miesięcy. Charakterystyki analizy kospektralnej przedstawiono w tabeli 2,3 i 4.

Miarą korelacji w poszczególnych pasmach wahań jest współczynnik koherencji. Najwyższe wartości  $K^2$  (średnia po województwach – 0,933) obserwujemy dla cyklu dominującego, 40-miesięcznego i aktywności długookresowej reprezentowanej przez cykl 120-miesięczny (średnia po województwach – 0,830). Najslabiej skorelowane są cykle 30-miesięczne (średnia  $K^2$  po województwach – 0,451). Otrzymane wyniki potwierdzają pewne intuicyjne przypuszczenia, iż zróżnicowanie aktywności gospodarczej może dotyczyć cykli krótszych. W długim okresie czasu należy się spodziewać wyższej koherencji aktywności gospodarczej województw z aktywnością ogólnokrajową. Analizując kolejne pasma wahań można podać pewne grupy województw, w których  $K^2 \geq 0,95$  (w tabeli 2 oznaczone pogrubionym drukiem). Dla cykli krótkich 24 i 20-miesięcznych takich województw jest dużo mniej niż dla cykli długookresowych (120 i 60-miesięcznych), co potwierdza wcześniej podane intuicyjne przypuszczenia. Przyjmując za kryterium średnią wartość  $K^2$  dla wszystkich częstotliwości, można wskazać województwa, które charakteryzują się wysoką śred-

nią współczynników koherencji (województwo mazowieckie i wielkopolskie; średnie odpowiednio – 0,913 i 0,894) oraz stosunkowo niską średnią współczynników koherencji (województwo lubuskie i lubelskie; średnie odpowiednio – 0,448 i 0,491). Podane średnie są miarą przeciętnej korelacji wyróżnionych cykli danego województwa z cyklami ogólnokrajowymi.

Tabela 2. Wartości współczynnika koherencji

Długość szeregu czasowego	Województwa	Częstotliwość (czas trwania w miesiącach)					
		0,008 (120)	0,017 (60)	0,025 (40)	0,033 (30)	0,042 (24)	0,050 (20)
120	dolnośląskie	0,817	0,809	0,970	0,071	0,862	0,891
120	kujawsko-pomorskie	0,579	0,511	0,964	0,639	0,966	0,921
120	lubelskie	0,219	0,691	0,948	0,038	0,822	0,227
120	lubuskie	0,733	0,616	0,671	0,253	0,267	0,145
120	łódzkie	0,982	0,361	0,940	0,461	0,938	0,667
120	małopolskie	0,975	0,938	0,963	0,203	0,749	0,930
118	mazowieckie*	0,960	0,737	0,897	0,972	0,977	0,934
60	opolskie***	xxx	0,967	xxx	0,912	xxx	0,662
120	podkarpackie	0,980	0,970	0,974	0,027	0,660	0,577
120	podlaskie	0,955	0,856	0,984	0,553	0,827	0,692
120	pomorskie	0,827	0,718	0,851	0,191	0,665	0,583
114	śląskie**	0,644	0,870	0,964	0,360	0,917	0,887
120	świętokrzyskie	0,923	0,909	0,993	0,526	0,912	0,100
120	warmińsko-mazurskie	0,964	0,060	0,975	0,746	0,967	0,437
120	wielkopolskie	0,991	0,827	0,963	0,740	0,930	0,912
120	zachodniopomorskie	0,993	0,986	0,995	0,531	0,707	0,573

Przy liczbie obserwacji mniejszej od 120 zmienia się długość analizowanych cykli: \* 118, 59, 39.3, 29.5, 23.6, 19.7; \*\* 114, 57, 38, 28.5, 22.8, 19; \*\*\*60, 30, 20 miesięcy.

Źródło: obliczenia własne.

Współczynniki wzmocnienia pozwalają porównać amplitudy cykli obserwowanych w województwie z amplitudą cykli ogólnokrajowych w poszczególnych pasmach wahań. Analizując wartości podane w tabeli 2 warto zauważyć, że średnie współczynniki wzmocnienia dla cykli 120 i 60 miesięcznych (odpowiednio: 1,141 i 1,296) wskazują, że przeciętnie amplituda wahań długookresowych w województwach jest wyższa od amplitudy wahań ogólnokrajowych. Z kolei cykle krótkookresowe (24 i 20 miesięczne, średnie odpowiednio: 0,799 i 0,884) charakteryzują się wyższą amplitudę wahań ogólnokrajowych. Najbliższe jedności są średnie współczynniki wzmocnienia dla wahań średniookresowych (40 i 30 miesięcznych, średnie odpowiednio: 1,045 i 0,924), co oznacza najwyższą synchronizację z wahaniami ogólnokrajowymi.

Dla każdego pasma wahań można również wskazać województwo, w którym synchronizacja z cyklem ogólnokrajowym jest najwyższa:

- województwo podkarpackie i małopolskie – cykl 120 miesięczny,
- województwo lubelskie – cykl 60 miesięczny,
- województwo małopolskie – cykl 40 miesięczny,
- województwo śląskie – cykl 30 miesięczny,
- województwo lubelskie – cykl 24 miesięczny,
- województwo mazowieckie – cykl 20 miesięczny.

Tabela 3. Wzmocnienie amplitudy wahań

Długość szeregu czasowego	Województwa	Częstotliwość (czas trwania w miesiącach)					
		0,008 (120)	0,017 (60)	0,025 (40)	0,033 (30)	0,042 (24)	0,050 (20)
120	dolnośląskie	0,859	1,408	1,318	0,509	0,841	1,301
120	kujawsko-pomorskie	0,711	1,165	1,139	1,262	1,354	1,739
120	lubelskie	0,180	1,029	1,126	0,432	1,026	0,387
120	lubuskie	1,558	2,115	0,509	1,095	0,228	0,226
120	łódzkie	1,822	0,519	0,555	0,687	0,619	0,463
120	małopolskie	0,951	0,830	0,902	0,818	0,518	0,816
118	mazowieckie*	1,273	1,646	0,602	0,565	0,674	1,070
60	opolskie***	xxx	1,486	xxx	1,733	xxx	0,496
120	podkarpackie	0,974	1,344	1,246	0,314	0,529	0,925
120	podlaskie	0,792	0,639	0,524	0,672	0,322	0,524
120	pomorskie	1,147	1,339	0,635	1,144	1,213	2,304
114	śląskie**	0,473	1,609	1,312	1,073	1,701	1,282
120	świętokrzyskie	1,163	1,600	1,737	1,184	0,836	0,240
120	warmińsko-mazurskie	1,457	0,256	1,234	1,215	1,106	0,399
120	wielkopolskie	1,985	1,856	0,883	0,662	0,531	1,202
120	zachodniopomorskie	1,773	1,888	1,959	1,426	0,489	0,771

Przy liczbie obserwacji mniejszej od 120 zmienia się długość analizowanych cykli: \* 118, 59, 39,3, 29,5, 23,6, 19,7; \*\* 114, 57, 38, 28,5, 22,8, 19; 60, 30, 20 miesięcy.

Źródło: obliczenia własne.

Przesunięcia fazowe przedstawione w tabeli 4 umożliwiają analizę wyprzedzeń i opóźnień ogólnokrajowych składowych cyklu koniunkturalnego względem odpowiednich składowych dla województwa. Warto zwrócić uwagę, że cykl 120 miesięczny dla większości województw (poza województwem wielkopolskim i zachodniopomorskim) związany z aktywnością długookresową jest opóźniony względem aktywności ogólnokrajowej. W tym paśmie wahań opóźnienia są największe (dla województwa warmińsko-mazurskiego ponad 3 lata). Dla każdej składowej cyklu można wskazać województwa, w których aktywność gospodarcza przebiega równoległe do aktywności ogólnokrajowej (bez wzajemnych wyprzedzeń i opóźnień). Wskazania te są jednak różne od tych,

które podano przyjmując za kryterium amplitudę wahań. Najwięcej województw, dla których przesunięcie fazowe w radianach jest mniejsze, co do wartości bezwzględnej od 0,1 można wskazać dla cyklu dominującego 40 miesięcznego. Z takim przesunięciem fazowym związane są opóźnienia (wyprzedzenia) aktywności gospodarczej do jednego miesiąca. Są to województwa: dolnośląskie, kujawsko-pomorskie, mazowieckie, podkarpackie i śląskie.

Tabela 4. Przesunięcie fazowe w radianach (miesiącach)

Długość szeregu czasowego	Województwa	Częstotliwość (czas trwania w miesiącach)					
		0,008 (120)	0,017 (60)	0,025 (40)	0,033 (30)	0,042 (24)	0,050 (20)
120	dolnośląskie	-0,563 (-10,8)	0,485 (4,6)	0,017 (0,1)	0,527 (2,5)	0,652 (2,5)	1,058 (3,4)
120	kujawsko-pomorskie	-1,490 (-28,5)	1,099 10,5	0,048 (0,3)	0,045 (0,2)	1,043 (4,0)	0,654 (2,1)
120	lubelskie	-0,760 (-14,5)	1,099 (10,5)	0,421 (2,7)	-0,502 (-2,4)	0,123 (0,5)	2,339 (7,4)
120	lubuskie	-1,215 (-23,2)	0,497 (4,7)	0,722 (4,6)	0,278 (1,3)	1,299 (5,0)	1,762 (5,6)
120	łódzkie	-1,766 (-33,7)	-1,147 (-11,0)	0,556 (3,5)	1,194 (5,7)	1,428 (5,5)	0,323 (1,0)
120	małopolskie	-0,212 (-4,0)	0,338 (3,2)	0,170 (1,1)	-0,706 (-3,4)	-0,132 (-0,5)	-0,026 (-0,1)
118	mazowieckie*	-0,635 (-11,9)	-0,682 (-6,4)	-0,081 (-0,5)	-0,097 (-0,5)	-0,087 (-0,3)	-0,424 (-1,3)
60	opolskie***	xxx	0,145 1,4	xxx	-0,420 -2,0	xxx	-0,221 -0,7
120	podkarpackie	-0,444 (-8,5)	-0,087 (-0,8)	0,072 (0,5)	1,038 (5,0)	2,261 (8,6)	-0,972 (-3,1)
120	podlaskie	-0,624 (-11,9)	0,419 (4,0)	0,743 (4,7)	0,677 (3,2)	1,563 (6,0)	2,140 (6,8)
120	pomorskie	-0,615 (-11,7)	0,797 (7,6)	0,531 (3,4)	0,740 (3,5)	-1,431 (-5,5)	1,626 (5,2)
114	śląskie**	-0,002 (-0,04)	0,449 (4,1)	0,018 (0,1)	0,881 (4,0)	-0,404 (-1,5)	0,143 (0,4)
120	świętokrzyskie	-0,268 (-5,1)	0,520 (5,0)	0,280 (1,8)	0,526 (2,5)	0,693 (2,6)	-1,892 (-6,0)
120	warmińsko-mazurskie	-2,058 (-39,3)	-1,711 (-16,3)	-0,266 (-1,7)	-0,068 (-0,3)	1,070 (4,1)	1,186 (3,8)
120	wielkopolskie	0,438 (8,4)	0,139 (1,3)	-0,163 (- 1,0)	-0,129 (- 0,6)	-0,676 (- 2,6)	-0,594 (- 1,9)
120	zachodniopomorskie	0,302 (5,8)	-0,070 (-0,7)	-0,170 (-1,1)	-0,429 (-2,0)	0,379 (1,4)	-2,003 (-6,4)

Przy liczbie obserwacji mniejszej od 120 zmienia się długość analizowanych cykli: \* 118, 59, 39,3, 29,5, 23,6, 19,7; \*\* 114, 57, 38, 28,5, 22,8, 19; 60, 30, 20 miesięcy.

Źródło: obliczenia własne.

Podsumowując wyniki analizy spektralnej i ko spektralnej, można wskazać jeden cykl dominujący dla aktywności ogólnokrajowej i większości woje-



wództw. Jest to cykl 40-miesięczny, który wykazuje również najwyższą synchronizację przy porównaniach zmian ogólnokrajowych ze zmianami obserwowanymi w województwach. Klasyfikacja województw zmienia się jednak wraz z przyjmowanym kryterium porównania.

#### 4. PODSUMOWANIE

Podsumowując przeprowadzone badania podjęto próbę budowy miernika syntetycznego, który był podstawą przypisania rang kolejnym województwom ze względu na stopień synchronizacji wahań. W tym celu wykorzystano 3 charakterystyki analizy kospektralnej oraz wzorzec cyklu doskonale zsynchronizowanego z cyklem krajowym. Takim cyklem obserwowanym w województwie byłby cykl, dla którego  $K^2 = 1$ ,  $G(\omega) = 1$  i  $\phi(\omega) = 0$  (maksymalna korelacja, brak wzmocnienia wahań i przesunięcia fazowego).

Tabela 5. Mierniki syntetyczne oraz rangi dla poszczególnych województw

Województwa	Cząstkowe mierniki syntetyczne						Końcowy miernik syntetyczny	Rangi
	Częstotliwość (czas trwania w miesiącach)							
	0,008 (120)	0,017 (60)	0,025 (40)	0,033 (30)	0,042 (24)	0,050 (20)		
dolnośląskie	0,179	0,239	0,094	0,519	0,181	0,265	0,175	2
kujawsko-pomorskie	0,431	0,367	0,055	0,197	0,251	0,309	0,191	4
lubelskie	0,586	0,270	0,110	0,546	0,085	0,755	0,220	7
lubuskie	0,407	0,487	0,341	0,320	0,633	0,742	0,429	15
łódzkie	0,468	0,505	0,213	0,435	0,322	0,298	0,388	14
małopolskie	0,051	0,113	0,062	0,420	0,228	0,075	0,148	1
mazowieckie*	0,174	0,353	0,149	0,135	0,103	0,101	0,235	11
opolskie***	Xxx	0,156	xxx	0,277	Xxx	0,276	0,226	9
podkarpackie	0,077	0,111	0,082	0,657	0,559	0,303	0,185	3
podlaskie	0,158	0,201	0,233	0,334	0,455	0,532	0,255	12
pomorskie	0,184	0,297	0,220	0,420	0,373	0,708	0,436	16
śląskie**	0,257	0,264	0,095	0,364	0,265	0,131	0,196	6
świętokrzyskie	0,106	0,259	0,231	0,284	0,171	0,772	0,227	10
warmińsko-mazurskie	0,422	0,756	0,106	0,152	0,191	0,515	0,192	5
wielkopolskie	0,317	0,298	0,66	0,194	0,240	0,166	0,222	8
zachodniopomorskie	0,243	0,242	0,271	0,331	0,285	0,490	0,272	13

Przy liczbie obserwacji mniejszej od 120 zmienia się długość analizowanych cykli: \* 118, 59, 39.3, 29.5, 23.6, 19.7; \*\* 114, 57, 38, 28.5, 22.8, 19; 60, 30, 20 miesięcy.

Źródło: obliczenia własne.

Dla każdego województwa w każdym paśmie wahań zbadano moduł odległości od podanego wzorca. W kolejnym etapie przeprowadzono normalizację

tych odległości według prostej reguły: moduł zaobserwowanej odległości/odległość maksymalną. Takie podejście umożliwiło ujednoczenie zakresu zmienności oraz uwolnienie uzyskanych odległości od przyjętych jednostek. Częstkowy miernik syntetyczny w danym paśmie wahań to średnia arytmetyczna znormalizowanych odległości. Końcowy miernik syntetyczny dla danego województwa wiążący informację ze wszystkich pasm wahań oparto na średniej ważonej, gdzie wagi odzwierciedlały stopień zmienności wyjaśnionej przez daną składową cyklu. Wartości mierników syntetycznych oraz rangi przypisane kolejnym województwom przedstawiono w tabeli 5. Im mniejsza wartość miernika syntetycznego, tym mniejsza odległość od wzorca. Stąd ranga numer 1 oznacza najwyższy stopień synchronizacji.

Tak zbudowany miernik może przyjmować wartości od 0 do 1. Wartości końcowe miernika podane w tabeli znajdują się w przedziale [0,148; 0,436]. Stosunkowo niewielka rozpiętość przedziału oraz przyjmowane wartości miernika syntetycznego ( $<0,5$ ) wskazują na wysoką synchronizację cykli koniunkturalnych obserwowanych w województwach z cyklami ogólnokrajowymi.

#### LITERATURA

- Adamowicz E., Dudek, S., Pachucki D., Walczyk K. (2008), Synchronizacja cyklu koniunkturalnego polskiej gospodarki z krajami strefy euro w kontekście struktury tych gospodarek, Raport na temat pełnego uczestnictwa Rzeczypospolitej Polskiej w trzecim etapie Unii Gospodarczej i Walutowej, Projekty Badawcze, cz.1, NPB, Warszawa.
- Skrzypczyński, P. (2006), *Analiza synchronizacji cykli koniunkturalnych w strefie euro*, „Materiały i Studia NBP”, zeszyt 210, Departament Analiz Makroekonomicznych i Strukturalnych NBP, Warszawa.
- Skrzypczyński, P. (2008), *Wahania aktywności gospodarczej w Polsce i strefie euro*, „Materiały i Studia NBP”, zeszyt 227, Departament Analiz Makroekonomicznych i Strukturalnych NBP, Warszawa.
- Talaga, L., Zieliński Z. (1986), *Analiza spektralna w modelowaniu ekonometrycznym*, PWN, Warszawa.
- Zeliaś, A. (1988), *Metody statystyki międzynarodowej*, PWE, Warszawa.

#### SYNCHRONIZATION OF BUSINESS CYCLES FOR DISTRICTS WITH NATIONWIDE CYCLES

**A b s t r a c t.** In the article was made an attempt to assess the level of synchronization of business cycles for Polish districts with nationwide business cycles. The measure of economic activity was a monthly registered, from January 1999 to December 2008, index for aggregate sold production, cleared from seasonal and random fluctuations. The analysis of dominant business cycles was made with using spectral analysis. To assess synchronization of cycles were used characteristics of cospectral analysis: coherency rate, amplitude intensification and phase difference. In the summary of the article was made an attempt to build a synthetic indicator, which was a base to ascribe ranks to particular districts, taking into consideration the level of business cycle synchronization.

**K e y w o r d s:** spectral analysis, cospectral analysis, business cycle, synthetic indicator.