ZAGADNIENIA
NAUKOZNAWSTWA
4 (222) 2019
PL ISSN 0044-1619

Christophe Eckes
Archives Henri Poincaré, CNRS – Université de Lorraine, Nancy
e-mail: christophe.eckes@univ-lorraine.fr

La correspondance entre les mathématiciens Jean Leray et Juliusz Schauder : une coopération scientifique à l'interface entre histoire et mémoire

DOI: http://dx.doi.org/10.12775/ZN.2019.038

Résumé. Nous entendons réexaminer la coopération scientifique entre les mathématiciens Jean Leray (1906–1998) et Juliusz Schauder (1899–1943) à la lumière de documents partiellement inédits, à savoir une quinzaine de lettres de Schauder à Leray couvrant la période 1933–1938. Nous compléterons ainsi les travaux que le mathématicien Jean Mawhin a récemment dédiés aux contributions de Schauder et de Leray durant les années 1930. Pour ce faire, nous évoquerons dans un premier temps le contexte scientifique et politique ayant conduit à la coopération entre Leray et Schauder. Nous montrerons dans un second temps comment s'est réalisée cette coopération à travers leur correspondance et leur participation à des conférences internationales qui eurent lieu à Genève, Moscou et Oslo durant les années 1935–1936. Nous examinerons pour finir ces échanges épistolaires à la lumière de textes que Leray dédia à Schauder à la fin des années 1950, puis à la fin des années 1970.
Mots clés: coopération scientifique; correspondance; Jean Leray; Juliusz Schauder

Correspondence between Mathematicians Jean Leray and Juliusz Schauder: Scientific Cooperation at the Interface between History and Memory

Abstract. Our objective is to re-examine the scientific cooperation between the mathematicians Jean Leray (1906–1998) and Juliusz Schauder (1899–1943) in view of partially unpublished documents, i.e., fifteen letters from Schauder to Leray covering the period between 1933 and 1938. We will thus complete the work that the mathematician Jean Mawhin has recently devoted to the contributions of Schauder and Leray to mathematics during the 1930s. In order to do so, we will first discuss the scientific and political context that led to the cooperation between Leray and Schauder. We will then demonstrate how this cooperation was achieved through their correspondence and their participation in international conferences held in Geneva, Moscow and Oslo during the years 1935–1936. Finally, we will examine these epistolary exchanges in the context of texts that Leray dedicated to Schauder at the end of the 1950s, and again at the end of the 1970s.
Keywords: scientific cooperation; correspondence; Jean Leray; Juliusz Schauder

* Je remercie vivement Wioletta Miskiewicz de m'avoir sollicité pour la présente contribution, ainsi que les relecteurs anonymes l'ayant examinée. Je remercie également Jenny Boucard, Gilles Godefroy, Sophie Grivaux, Laurent Mazliak et Norbert Schappacher pour leur aide précieuse.

Korespondencja między matematykami Jeanem Leray i Juliuszem Schauderem: współpraca naukowa na styku historii i pamięci

Abstrakt. Zamierzamy w świetle częściowo nieopublikowanych dokumentów, mianowicie piętnastu listów Juliusza Schaudera (1899–1943) do Jeana Leray (1906–1998) z okresu 1933–1938, ponownie zbadać współpracę naukową między tymi dwoma matematykami. W ten sposób dokończymy pracę, którą matematyk Jean Mawhin poświęcił ostatnio wkładowi Schaudera i Leray do matematyki w latach 30. Robiąc to, omówimy najpierw kontekst naukowy i polityczny, który doprowadził do współpracy między Leray i Schauderem. Następnie pokażemy, jak udało się osiągnąć tę współpracę dzięki ich korespondencji i międzynarodowym konferencjom naukowym w Genewie, Moskwie i Oslo w latach 1935–1936. Na koniec przyjrzymy się tej wymianie epistolarnej w świetle tekstów Leray dedykowanych Schauderowi w późnych latach 50. i ponownie w latach 70.
Słowa kluczowe: współpraca naukowa; korespondencja; Jean Leray; Juliusz Schauder

Dans le présent article, nous entendons examiner à nouveaux frais la coopération scientifique entre les mathématiciens Jean Leray (1906–1998) et Juliusz Schauder (1899–1943) au cours des années 1930 en nous appuyant sur leurs échanges épistolaires tels qu'ils sont parvenus jusqu'à nous. Les seules pièces venant documenter cette correspondance sont actuellement conservées à la bibliothèque mathématiques, informatique et recherche (site de Jussieu). Il s'agit d'une quinzaine de lettres de Schauder à Leray, la première datant du 15 novembre 1933, la dernière du 18 janvier 1938. D'après le témoignage de Leray, quelques-unes des lettres qu'il a reçues de Schauder ont été perdues entre 1939 et 1945. Notre objectif n'est cependant pas d'étudier cette coopération scientifique sous le seul angle des interactions entre ces deux protagonistes. Nous prendrons donc soin de tenir compte des collectifs dans lesquels ils s'inséraient.

Pour ne donner que quelques exemples, Leray est issu de l'École normale supérieure (promotion de 1926). Il est contemporain des membres fondateurs du groupe Nicolas Bourbaki, avec lesquels il interagit brièvement au début de l'année 1935, pour finalement s'en écarter définitivement avant le congrès fondateur de Besse-en-Chandesse (juillet 1935) (Beaulieu 1989, p. 158–159). Il participe en outre à deux séminaires : celui de Jacques Hadamard au Collège de France – ce dernier accueillant justement Schauder à Paris au printemps 1933 – et celui de Gaston Julia à l'Institut Henri-Poincaré. À l'automne 1935, Leray fournit par exemple un aperçu des travaux qu'il vient de réaliser avec Schauder à l'occasion d'un exposé présenté dans le cadre du séminaire Julia. De manière comparable, Schauder fait partie d'une école de recherche dominée par les mathématiciens Hugo Steinhaus (1887–1972) et Stefan Banach (1892–1945)[1]. Cette école est implantée dans deux institutions, à savoir l'Université Jan Kazimierz et le Politechnic de Lwów. Nous

[1] Pour plus de détails sur l'histoire de cette école, on pourra se référer à (Duda 2014).

verrons qu'en 1935–1936, Schauder et Banach associeront très étroitement Leray aux programmes de recherche développés par l'école de Lwów. Schauder fait plus globalement partie d'une tradition de recherche en topologie et en analyse fonctionnelle, laquelle se caractérise par d'étroites interactions entre des mathématiciens exerçant tant à Varsovie qu'à Lwów. Deux journaux mathématiques de premier plan sont créés dans ce contexte au cours des années 1920, à savoir les *Fundamenta mathematicae* qui sont édités depuis Varsovie à partir de 1920 et les *Studia mathematica* qui paraissent dès 1929 sous l'impulsion de Banach et de Steinhaus à Lwów, deux années après la tenue dans cette même ville du premier congrès des mathématiciens polonais[2]. Ces deux organes contribuent au développement et à l'internationalisation de cette tradition de recherche en topologie et en analyse fonctionnelle, les articles qui y sont publiés étant rédigés en français, en allemand ou en anglais.

Dans une première partie, nous entendons montrer que Schauder et Leray sont les héritiers d'échanges scientifiques franco-polonais préexistants, comme en attestent les travaux fondateurs du mathématicien français Maurice Fréchet et de Banach, en particulier dans le domaine de l'analyse fonctionnelle. Les articles publiés par Schauder entre 1927 et 1932 – alors même que Leray n'a pas encore soutenu sa thèse –, contribuent en outre à dessiner les grandes orientations du programme de recherche que Leray et Schauder poursuivront conjointement à partir de 1933 (Mawhin 2012, p. 174–178). Nous verrons cependant que la rencontre entre Schauder et Leray a été précipitée par l'arrivée des nazis au pouvoir. Dans une deuxième partie, nous examinerons concrètement comment s'est déployée la coopération scientifique entre Leray et Schauder à travers leur correspondance, tout en nous appuyant sur leurs publications – deux d'entre elles ayant d'ailleurs été signées en leurs deux noms – ainsi que leur participation à des congrès internationaux en 1935–1936. Les méthodes qu'ils préconisent et les résultats qu'ils obtiennent impliquent de relier étroitement la topologie combinatoire et l'analyse fonctionnelle, dans l'objectif de résoudre certaines classes d'équations aux dérivées partielles. En conclusion, nous envisagerons les échanges épistolaires entre Leray et Schauder sous l'angle de leurs usages sociaux à la fin des années 1970. Divers fragments de cette correspondance sont alors mis en exergue par Leray dans un article publié simultanément en polonais et en anglais, afin de rendre publiquement hommage à Schauder qui fut victime de la barbarie nazie à l'automne 1943 (Leray 1980a) et (Leray 1980b).

[2] On pourra consulter (Jaëck 2021) concernant l'histoire de ces deux journaux à travers le prisme des travaux de Banach.

1. Mises en contexte de la coopération scientifique entre Leray et Schauder

L'attachement de Schauder à l'université de Lwów peut être documenté à travers son parcours universitaire. II y étudie les mathématiques et la physique à partir de 1919 et y présente une thèse de doctorat en octobre 1923, cette dernière étant publiée en langue anglaise[3] dans les *Fundamenta mathematicae* en 1926. La thèse de Schauder relève de la théorie de la mesure et elle se situe dans le prolongement de travaux publiés par Oscar Jansen en 1907, puis par Wilhelm Gross en 1918. Parmi les professeurs dont Schauder reçut les enseignements entre 1919 et 1923, on peut notamment citer Hugo Steinhaus puis Stefan Banach, c'est-à-dire les deux fondateurs de l'école mathématique de Lwów[4]. Les premières publications de Schauder susceptibles d'être rattachées à cette école s'échelonnent entre 1927 et 1932, soit après l'obtention de son habilitation (1927). On le retrouve en outre parmi les protagonistes fréquentant le café écossais, l'un des principaux lieux de sociabilité de l'école de Lwów (Mauldin 2015). Jusqu'en 1939, Schauder intervient en qualité d'assistant scientifique à l'Université Jan Kazimierz de Lwów, tout en professant en lycée. Dans sa correspondance avec Leray, Schauder revient d'ailleurs de manière récurrente sur ses conditions d'exercice en lycée qui le contraignent régulièrement à ajourner ses recherches.

1.1. L'école de mathématiques de Lwów et les premiers fermants d'une coopération franco-polonaise à travers les figures de Stefan Banach et de Maurice Fréchet

Avant d'aborder plus spécifiquement les publications de Schauder couvrant la période 1927–1932, quelques rapides précisions méritent d'être faites au sujet des deux fondateurs de l'école de Lwów, à savoir Banach et Steinhaus. Nous souhaiterions également documenter les liens réciproques entre Banach et le mathématicien français Maurice Fréchet, auquel on doit dès le début du XX[e] siècle toute une série de contributions en topologie et en « analyse générale », dont sa thèse, soutenue en 1906[5].

---

[3] Il s'agit de la seule publication de Schauder en anglais. Hormis les deux articles cosignés avec Leray, lesquels ont été rédigés en français, la quasi-totalité des autres articles de Schauder sont écrits en allemand. Notons cependant qu'entre 1932 et 1934, Schauder propose cinq notes (en français) pour les Comptes rendus de l'Académie des sciences (C.R.A.S.). Les trois premières notes sont présentées par Élie Cartan le 18 juillet 1932, le 27 décembre 1932 et enfin le 9 janvier 1933. Les deux autres notes sont présentées par Gaston Julia le 10 décembre puis le 26 décembre 1934.

[4] Voir en particulier (Orlicz 1978, p. 9).

[5] Concernant les travaux de Maurice Fréchet en analyse générale, voir en particulier (Siegmund-Schultze 1982; Taylor 1982, 1987) et, beaucoup plus récemment (Jaëck 2015, p. 161 et suiv.).

Titulaire d'une thèse de doctorat sous la direction de David Hilbert en 1911, Steinhaus fait carrière au sein du département de mathématiques et des sciences de la nature de l'Université de Lwów à partir de 1917 et, immédiatement après l'obtention de son habilitation en 1920, il y devient professeur extraordinaire, pour finalement accéder en 1925 au grade de professeur ordinaire au sein de cette même université. Banach débute pour sa part des études au Politechnic de Lwów à partir de 1910. Elles sont cependant interrompues en raison du déclenchement de la Première Guerre mondiale. Au sortir de la guerre, Banach bénéficie du soutien de Steinhaus et il obtient le titre de docteur en mathématiques de l'université de Lwów en 1920. Sa thèse fait l'objet d'une publication en français dans les *Fundamenta mathematicae* en 1922 et elle constitue une référence de premier plan dans le développement de l'analyse générale ou analyse fonctionnelle[6] : Banach y propose une axiomatisation en trois étapes des espaces vectoriels normés complets, à présent mieux connus sous le nom d'espaces de Banach (Banach 1922, p. 134–135); il échafaude surtout une théorie des opérateurs linéaires dans des espaces de Banach, donnant lieu à toute une série de théorèmes, dont le fameux théorème dit du point fixe de Banach[7]. La thèse de Banach a déjà fait l'objet de toute une série de commentaires historiques. Par exemple, Jean-Luc Dordier la situe par rapport à d'autres tentatives strictement contemporaines d'axiomatisation des espaces vectoriels normés complets, que l'on doit au mathématicien américain Norbert Wiener ainsi qu'au mathématicien autrichien Hans Hahn (Dordier 1996, p. 293 et suiv). Frédéric Jaëck analyse pour sa part finement la version publiée de la thèse de Banach au prisme d'une théorie des opérations dans des ensembles abstraits, avec une focale sur les opérateurs linéaires (continus ou uniformément continus) dans des espaces de Banach (Jaëck 2015, p. 223). Frédéric Jaëck singularise ce faisant l'approche de Banach en analyse générale par rapport à celles de prédécesseurs tels que le mathématicien hongrois Frigyes Riesz.

Nous voudrions souligner de manière plus marginale que les premiers travaux de Banach suscitent rapidement l'intérêt du mathématicien français Maurice Fréchet qui, à compter de 1923, publie d'ailleurs très régulièrement dans les *Fundamenta mathematicae*. Dès 1925–1926, Fréchet introduit une classe d'espaces venant généraliser les espaces vectoriels normés complets de Banach, tout en soulignant l'exemplarité du travail engagé par ce dernier dans sa thèse. Fréchet évoque ainsi les « espaces de M. Banach » (Fréchet 1926, p. 38), lesquels deviendront de manière contractée les « espaces de Banach » sous la plume de Steinhaus. Les considérations de Fréchet sur les espaces de Banach sont reprises dans un

[6] L'expression « analyse fonctionnelle » s'impose après la publication de (Lévy 1922).

[7] Soit F une application continue d'un espace de Banach X dans lui-même et soit un nombre réel $0 < M < 1$ tel que, pour tous x', x'' de X, on ait l'inégalité $\|F(x') - F(x'')\| \leq M \, \|x' - x''\|$, alors il existe un unique point fixe de X, c'est-à-dire un unique élément x de X tel que $F(x) = x$. Voir en particulier (Banach 1922, p. 160). Pour un commentaire, on se référera à (Duda 2014, p. 89) ainsi que (Jaëck 2015, p. 239–240).

vaste ouvrage de synthèse intitulé *Les espaces abstraits et leur théorie considérée comme introduction à l'analyse générale* (Fréchet 1928). Inversement, cet ouvrage de Fréchet compte sans surprise parmi les références mises en avant par Banach dans sa vaste monographie de 1932 publiée sous le titre *Théorie des opérations linéaires*. Ainsi peuvent être documentés, dès le milieu des années 1920, les liens réciproques entre l'un des principaux artisans dans le développement de l'analyse générale ou analyse fonctionnelle en France, à savoir Maurice Fréchet, et le plus éminent représentant de l'école mathématique de Lwów, en l'occurrence Stefan Banach[8]. L'école de Lwów admet donc des relais en France dès les années 1920, ce qui rend moins surprenante la coopération que Leray et Schauder mettront en place à partir du printemps 1933.

1.2. Juliusz Schauder : un programme de recherche dans le sillage de l'école de Lwów

Venons-en à la série de travaux publiés par Schauder entre 1927 et 1932, que prolongera sa coopération avec Leray. L'article de Schauder intitulé « Zur Theorie stetiger Abbildungen in Funktionalräumen » (1927) se situe dans la continuité immédiate de la thèse de Banach. Nous nous proposons de le commenter brièvement en nous appuyant sur (Mawhin 2012, p. 174–176). Schauder y reprend les trois groupes d'axiomes venant définir les espaces vectoriels normés complets de Banach. Cette définition est cependant enrichie de deux axiomes supplémentaires, notés respectivement axiomes IV et V (Schauder 1927, p. 48)[9]. Sous ces hypothèses, Schauder obtient un nouveau théorème du point fixe généralisant des résultats obtenus par George David Birkhoff et Oliver Dimon Kellogg en 1922. Dans leur article de 1922, Birkhoff et Kellogg se réfèrent en particulier au théorème du point fixe de Luitzen Egbertus Jan Brouwer[10], avant de l'étendre à l'espace des fonctions de classe C^n sur un segment $[a, b]$, ainsi qu'à l'espace des fonctions de carré intégrable sur $[a, b]$. Il s'agit là de deux cas particuliers du théorème du point fixe

[8] Notons au passage que Fréchet séjournera à Lwów à l'automne 1935, sa présence étant signalée par Schauder dans sa lettre à Leray du 2 décembre 1935. Pour plus de détail sur le séjour de Fréchet en Europe de l'Est à l'automne 1935, voir en particulier (Cléry, Perfettini 2016).

[9] L'axiome IV consiste à introduire ce que l'on appelle les bases de Schauder (normalisées). Autrement dit, Schauder se donne un espace de Banach X (sur le corps des nombres réels), pour lequel il existe une suite (e_i) d'éléments de X (avec $\|e_i\| = 1$) telle que chaque vecteur x de X s'écrive de manière unique $x = \sum_{i=1}^{\infty} c_i\, e_i$, les c_i étant des scalaires. L'axiome V revient pour sa part à supposer que, pour tout entier n et pour tout vecteur x de X, il existe un nombre M_n, tel que $\|c_n(x)\| \leq M_n\|x\|$. Schauder montre par exemple que l'espace des fonctions continues sur un segment $[a, b]$ ou l'espace des fonctions de puissance p-ième intégrable sur un segment $[a, b]$ sont des espaces de Banach satisfaisant aux axiomes IV et V.

[10] Le théorème du point fixe de Brouwer affirme que toute application continue d'une boule fermée de $\mathbb{R}^n$ dans elle-même admet un point fixe.

de Schauder dans sa version de 1927, que l'on peut formuler de la manière suivante : soit X un espace de Banach satisfaisant aux axiomes IV et V tels qu'ils sont fournis par Schauder, alors toute fonction continue d'un convexe compact $K \subset X$ dans lui-même admet un point fixe (Schauder 1927, p. 52 et suiv.). Pour démontrer ce théorème, Schauder utilise des techniques de topologie combinatoire héritées de Brouwer. Il fait ainsi converger pour la première fois deux domaines : l'analyse fonctionnelle d'une part, la topologie combinatoire d'autre part. Il initie par là même un programme de recherche qu'il va largement poursuivre dans le cadre de sa coopération avec Leray. De manière plus décisive encore, la démonstration de ce théorème est accompagnée d'une application portant sur l'étude d'équations aux dérivées partielles. Cette approche combinant la formulation de théorèmes à un niveau remarquable de *généralité*, puis la mise à l'épreuve de leur *fécondité* dans le cadre d'applications détaillées est caractéristique de la manière de procéder de Schauder et elle sera très largement reprise par Leray. L'article de 1927 s'achève sur une variante de ce théorème du point fixe, elle-même accompagnée d'une nouvelle application (Schauder 1927, p. 77–82)[11]. Trois années plus tard, soit en 1930, Schauder fait paraître dans le deuxième volume des *Studia mathematica* un article dans lequel il parvient à lever les conditions restrictives caractérisant son théorème du point de fixe de 1927. Il obtient ce faisant la généralisation suivante : pour un espace de Banach donné X[12], toute application continue d'un convexe compact $K \subset X$ dans lui-même admet un point fixe (Schauder 1930, p. 169–172). Schauder présente et démontre dans la foulée deux variantes de ce théorème[13].

Schauder enrichit dès 1928–1929 le programme visant à faire converger analyse fonctionnelle et topologie combinatoire avec la publication de (Schauder 1929). Il y étend aux espaces de Banach, sous certaines conditions restrictives que nous ne détaillerons pas ici et pour des opérateurs connus sous le nom de perturbations complètement continues de l'identité[14], le théorème de l'invariance du domaine de Brouwer[15]. Trois années plus tard, soit en 1932, Schauder parvient à lever cer-

[11] Pour un commentaire sur ce point (Mawhin 2012, p. 175).

[12] Dans son article original, Schauder tente de démontrer ce théorème pour une classe d'espaces vectoriels topologiques qui est plus générale que les espaces de Banach. Sa démonstration comporte cependant une lacune, puisqu'il ne suppose alors pas que de tels espaces sont localement convexes. Il pointera très explicitement cette erreur dans une longue lettre à Leray datée du 23 février 1935 sur laquelle nous nous attarderons dans ce qui suit.

[13] Pour un commentaire sur ces variantes, voir en particulier (Mawhin 2012, p. 176).

[14] Nous parlons à présent de perturbations compactes de l'identité dont nous nous proposons de préciser le sens ci-après sous une forme modernisée. Soient X un espace de Banach et A une partie non vide de X, un opérateur $T\colon A \longrightarrow X$ est compact s'il est continu et si l'image de toute partie bornée B de A par T est une partie relativement compacte de X, c'est-à-dire si $T(B)$ est contenue dans une partie compacte de X. Donnons-nous maintenant un ouvert borné Ω de X et notons $\overline{\Omega}$ son adhérence. On appelle perturbation compacte de l'identité un opérateur de la forme $\Phi = Id - \mathrm{T}$, où $T : \overline{\Omega} \longrightarrow X$ est un opérateur compact.

[15] Ce dernier théorème s'énonce simplement en affirmant que toute application injective continue f d'un ouvert U de $\mathbb{R}^n$ dans $\mathbb{R}^n$ est telle que $V = f(U)$ est un ouvert et f un homéomorphisme entre U et V.

taines des restrictions figurant dans son article de 1929[16] ; Leray généralisera à son tour en 1935 les résultats obtenus par Schauder en 1932. Nous reviendrons sur ce point dans la deuxième partie de notre article. Plus globalement, Schauder procède de manière similaire pour le théorème du point fixe et le théorème de l'invariance du domaine. Démontrés initialement par Brouwer pour des espaces de dimension finie, ils sont reformulés par Schauder dans le cadre d'espaces de dimension infinie. Schauder envisage alors plusieurs variantes à ces deux théorèmes, en levant progressivement des restrictions formulées à l'aide d'axiomes venant spécifier des types particuliers d'espaces de Banach. Pour le dire autrement, entre 1927 et 1932, Schauder généralise *de proche en proche* le théorème du point fixe et le théorème de l'invariance du domaine à des classes de plus en plus générales d'espaces de Banach. Cette démarche traduit également le fait que Schauder prête systématiquement attention aux diverses applications que ces théorèmes sont susceptibles de recevoir. De telles généralisations ne sont donc jamais gratuites.

Les travaux de Schauder que nous venons brièvement de synthétiser documentent nettement son appartenance à l'école de mathématiques de Lwów. Schauder se situe en effet constamment dans la continuité de l'un des fondateurs de cette école, à savoir Stefan Banach, dont il cite de manière récurrente la thèse. Une partie non négligeable des contributions de Schauder relève ce faisant de l'analyse fonctionnelle, un domaine des mathématiques qui est justement privilégié par ce collectif de mathématiciens. De plus, Schauder s'appuie sur la méthode axiomatique d'une manière qui est tout à fait caractéristique de cette école. Schauder part en effet des trois groupes d'axiomes venant définir un espace de Banach ; il les enrichit au besoin d'axiomes supplémentaires ; il fournit des exemples d'espaces de fonctions satisfaisant à de tels jeux d'axiomes, avant d'énoncer et de démontrer les théorèmes qui en découlent. Le programme suivi par Schauder n'en admet pas moins certaines spécificités. D'une part en effet, il parvient à relier étroitement l'analyse fonctionnelle et la topologie combinatoire ; d'autre part, ces deux branches récentes des mathématiques sont envisagées par Schauder pour étudier certains types d'équations aux dérivées partielles du second ordre. Ce faisant, les références qu'il met en avant dans ses articles ne sont pas circonscrites à des protagonistes appartenant à l'école de mathématiques de Lwów. Schauder discute par exemple les travaux plus classiques de Sergeï Bernstein et de Léon Lichtenstein sur les équations aux dérivées partielles du second ordre. Nous pouvons nous appuyer ici sur (Schauder 1932), qui illustre parfaitement ce fait, avec une première partie relevant de l'analyse fonctionnelle, une deuxième partie dévolue à la démonstration du théorème de l'invariance du domaine pour une classe spécifique d'espaces de Banach, tandis que les parties restantes sont consacrées à l'étude d'un certain type d'équations

[16] Voir à ce propos (Schauder 1932).

aux dérivées partielles du second ordre. La référence aux travaux de Léon Lichtenstein est d'ailleurs constante dans les trois dernières parties de cet article. Or, comme nous nous apprêtons à l'établir, Lichtenstein contribue indirectement à ce que Leray et Schauder se rencontrent au cours de l'année universitaire 1932–1933.

1.3. Les circonstances de la rencontre Leray–Schauder au printemps 1933

Originaire d'une famille juive de Varsovie, Lichtenstein étudie à Berlin dès le milieu des années 1890 ; il effectue ensuite une carrière d'ingénieur, puis de professeur de mathématiques, d'abord à la Technische Hochschule de Berlin-Charlottenburg, puis à l'Université de Münster, avant de s'installer définitivement à Leipzig à partir de 1922. Lichtenstein est le fondateur de la *Mathematische Zeitschrift*, un journal créé en 1918 qui accueille trois contributions de Schauder au cours de l'année 1927 – Lichtenstein a vraisemblablement découvert les travaux de Schauder à compter de cette date. Parmi les nombreuses contributions de Lichtenstein, il convient de signaler les deux articles qu'il publie en 1918 puis en 1924 (Lichtenstein 1918 et Lichtenstein 1924) dans le cadre de l'*Encyklopädie der mathematischen Wissenschaften*, un vaste projet éditorial international initié par le mathématicien allemand Felix Klein à la fin du XIXe siècle et visant à présenter l'état des différentes branches des mathématiques dans leur développement actuel. Ces deux articles constituent sans surprise des références centrales parmi les publications de Schauder qui s'échelonnent entre 1927 et 1932. Au cours de l'année universitaire 1932–1933, Schauder bénéficie d'une bourse de la fondation Rockefeller qui lui permet d'accomplir la première partie de son séjour en Allemagne auprès de Lichtenstein à Leipzig. Schauder souhaitait poursuivre son séjour à l'Université de Göttingen, mais l'arrivée des nazis au pouvoir le contraint à poursuivre ses travaux auprès de Jacques Hadamard au Collège de France.

De son côté, Leray est sur le point d'achever sa thèse en hydrodynamique et il bénéficie d'une bourse de la Caisse nationale des sciences qui lui permet de séjourner auprès d'Erhard Schmidt et de Richard von Mises à Berlin au cours du semestre d'hiver 1932–1933. Quelques jours seulement après la nomination d'Adolf Hitler comme chancelier, Leray obtient une entrevue avec Lichtenstein à Leipzig, celui-ci lui recommandant de lire les travaux de Schauder sur les équations aux dérivées partielles. Lichtenstein est révoqué en avril 1933. Il est contraint de s'exiler à Zakopane en Pologne et il y décède en août de la même année. De retour en France, Leray rencontre pour la première fois Schauder à Paris au printemps 1933. De manière plus précise, Leray fait la connaissance de Schauder par l'intermédiaire du mathématicien Hans Lewy. Ce dernier était *Privatdozent* auprès de Richard Courant à l'Université de Göttingen et il doit à son tour quitter l'Allemagne pour Paris, avant de gagner les États-Unis à l'été 1933. Lors de son séjour à Paris, Schauder fait également la connaissance d'Alexander Weinstein, un ancien assistant du mathématicien Hermann Weyl lorsque ce dernier était en poste à Zurich. Weinstein exerce à Hambourg à partir de 1928 et il est à son tour contraint à l'exil en 1933. Il s'installe de fait à Paris où il soutient sa thèse en 1937.

À l'issue de cette première partie, nous pouvons dire que la coopération entre Leray et Schauder se situe dans le prolongement des premiers contacts établis par Banach et Fréchet à partir du milieu des années 1920. Les relations scientifiques entre Leray et Schauder répondent en outre à un programme de recherche mis sur pied par Schauder entre 1927 et 1932. Enfin, l'internationalisation des échanges scientifiques telle qu'elle s'est développée durant l'entre-deux-guerres a également contribué à leur rencontre. C'est en effet en qualité de boursier Rockefeller que Schauder rejoint Paris au cours des premiers mois de l'année 1933. Or, l'historien des mathématiques Reinhard Siegmund-Schultze a démontré l'importance qu'a jouée cette organisation philanthropique durant l'entre-deux-guerres pour faciliter les échanges scientifiques internationaux, tout particulièrement dans le domaine des sciences mathématiques (Siegmund-Schultze 2001). De son côté, Leray prend connaissance des travaux de Schauder à l'occasion d'un séjour qui est soutenu financièrement par la Caisse nationale des sciences. Une telle internationalisation des échanges scientifiques suppose cependant de tenir compte des exils auxquels sont contraints des savants et universitaires qui exerçaient ou séjournaient en Allemagne. La correspondance entre Leray et Schauder débute quelques mois seulement après leur rencontre parisienne du printemps 1933, laquelle a donc été précipitée par l'arrivée des nazis au pouvoir.

2. Un aperçu de la correspondance entre Leray et Schauder

Seule une quinzaine de lettres et cartes de Schauder à Leray sont parvenues jusqu'à nous et elles ne représentent qu'une facette de leur coopération scientifique. Leurs échanges épistolaires doivent notamment être étudiés à la lumière de leurs publications et de leurs interventions dans le cadre de congrès scientifiques internationaux. Trois événements méritent ici notre attention. Leray et Schauder participent aux conférences internationales sur les équations aux dérivées partielles qui se tiennent du 17 au 20 juin 1935 à Genève. Schauder prend ensuite part à la conférence internationale de topologie organisée à Moscou du 4 au 10 septembre 1935. Il y présente les travaux qu'il a réalisés conjointement avec Leray. Enfin, une délégation substantielle de mathématiciens issus de l'école de mathématiques de Lwów, dont Banach et Schauder, participe au congrès international des mathématiciens qui se tient à Oslo du 14 au 18 juillet 1936[17]. Ces événements successifs confèrent, comme nous allons l'établir, une dimension internationale à leur coopération scientifique.

2.1. Un programme de recherche façonné par des échanges épistolaires

Les premiers échanges épistolaires entre Leray et Schauder remontent à l'automne 1933 ; ils se situent dans la continuité d'un programme de recherche mis en œuvre à Paris dès le printemps 1933. Lors de leur première rencontre, non loin des jardins du Luxembourg, Leray se souvient avoir déclaré à Juliusz Schauder :

> J'ai lu votre Mémoire sur la relation entre l'existence et l'unicité des solutions d'une équation non-linéaire[18] ; or je sais que l'existence est indépendante de l'unicité ; j'admire vos méthodes topologiques ; je crois qu'elles doivent servir à établir un théorème d'existence indépendant de toute hypothèse d'unicité et supposant seulement une majoration a priori.

« Das wäre ein Satz ! » se serait alors exclamé Schauder. Le programme de recherche dessiné par ces échanges est rapidement mis à exécution et il se concrétise avec la parution d'une note aux Comptes rendus de l'Académie des sciences (C.R.A.S.) intitulée « Topologie et équations fonctionnelles », laquelle est présentée par Henri Villat lors de la séance du 15 juillet 1933 (Leray et Schauder 1934). Il s'agit de fait d'un résumé très succinct de (Leray et Schauder 1934), dont la rédaction est largement entamée dès le printemps et le début de l'été 1933[19]. La correspondance entre Leray et Schauder s'ouvre sur une lettre de Leray qui est dorénavant perdue. La réponse de Schauder date du 15 novembre 1933 et il y aborde trois points en particulier. Leray et Schauder souhaitent tout d'abord qu'un portrait de Léon Lichtenstein, décédé le 21 août 1933, figure dans leur article pour les Annales de l'ÉNS[20], Lichtenstein ayant notamment contribué à leur rencontre, tout en constituant une source d'inspiration majeure. Schauder présente ensuite certaines difficultés auxquelles se heurtent leurs méthodes pour traiter une classe particulière d'équations aux dérivées partielles du second ordre de type elliptique et il corrige alors une estimation a priori fournie par Sergeï Bernstein dans une publication remontant à 1910. Pour finir, Schauder souhaiterait que le dernier tiré-à-part de leur

---

[17] Sur le congrès international d'Oslo en 1936, voir en particulier (Hollings, Siegmund-Schultze 2020).
[18] Leray fait ici allusion à (Schauder 1932).
[19] Pour un résumé des contributions de Leray et Schauder, nous renvoyons à (Mawhin 2012, p. 178 et suiv.).
[20] Ce ne sera finalement pas le cas.

article à paraître dans les Annales de l'ÉNS soit destiné à Hans Lewy, désormais en poste à Brown University. À la fin de sa lettre, Schauder expose succinctement à Leray les recherches sur les équations aux dérivées partielles du second ordre de type hyperbolique qu'il poursuit parallèlement à leurs contributions communes. Schauder entend alors compléter des travaux réalisés par Richard Courant, Kurt Otto Friedrichs et Hans Lewy entre la fin des années 1920 et le début des années 1930. À la toute fin de cette lettre du 15 novembre 1933, Schauder adresse ses salutations à Claude Chevalley, René de Possel et Alexandre Weinstein.

Cette première lettre donne ainsi un bon aperçu du réseau de solidarité ayant concouru à la rencontre Leray-Schauder, puisque les noms de Léon Lichtenstein, Hans Lewy et Alexandre Weinstein y sont mentionnés. Les autres noms cités par Schauder à la fin de sa lettre méritent qu'on s'y arrête : Claude Chevalley – qui est un camarade de promotion de Leray (1926), René de Possel et Leray participent à compter de l'automne 1933 au séminaire de mathématiques qui vient alors d'être créé par le mathématicien Gaston Julia[21]. Ce séminaire est organisé jusqu'au printemps 1938 à l'Institut Henri-Poincaré et il rassemble l'élite normalienne dans le domaine des sciences mathématiques[22]. Leray y présente justement à l'automne 1935 une partie des recherches qu'il a menées avec Schauder en 1933–1934[23]. Enfin, cette lettre de Schauder à Leray montre que leur coopération ne se limite pas aux seuls travaux qu'ils ont cosignés. Ce fait est confirmé en parcourant les courriers suivants que Schauder fait parvenir à Leray en avril 1934, à savoir une lettre datée du 4 avril 1934, une carte additionnelle envoyée le lendemain et une longue lettre écrite la semaine suivante. Schauder y expose une partie de ses travaux en cours sur les équations aux dérivées partielles du second ordre de type elliptique, en lien direct avec des publications à venir, dont deux notes aux C.R.A.S. finalement présentées par Gaston Julia le 10 puis le 26 décembre 1934. La fin de la lettre de Schauder à Leray du 4 avril 1934 traduit son appartenance à l'école de mathématiques de Lwów, puisqu'il expose alors des résultats obtenus par deux de ses éminents représentants, à savoir Stefan Banach et Stanisław Mazur[24].

[21] Claude Chevalley et René de Possel font partie des membres fondateurs du groupe de mathématiciens Nicolas Bourbaki, lequel voit le jour entre décembre 1934 et juillet 1935 en marge du séminaire Julia. Leray participe aux premières réunions du groupe, avant de s'en écarter définitivement.

[22] Pour plus de détails sur ce séminaire, voir (Audin 2014).

[23] L'exposé de Leray est présenté dans le cadre du séminaire Julia le 16 décembre 1935 et il est accessible à l'adresse suivante : http://books.cedram.org/MALSM/SMA_1935-1936__3__C_0.pdf.

[24] Si l'on en croit Schauder, Banach et Mazur auraient récemment établi que tout espace de Banach séparable X vérifierait ce que nous appellerions la propriété d'approximation, en établissant que l'opérateur identité est limite simple d'opérateurs de rang fini – un opérateur $T: X \longrightarrow X$ étant de rang fini si son image $T(X)$ est un espace de dimension finie. De manière modernisée, on dit que X possède la propriété d'approximation si, pour toute partie compacte K de X et pour tout $\varepsilon > 0$, il existe un opérateur de rang fini $T: X \longrightarrow X$ tel que, pour tout x de K, on ait $\|Tx - x\| < \varepsilon$. En réalité, l'hypothèse de séparabilité telle qu'elle est mentionnée par Schauder est insuffisante, un contre-exemple étant fourni par Per Enflo en 1972–1973 (Mauldin 2015, p. 251––252). On peut en revanche dire que tout espace de Banach possédant une base de Schauder (et donc séparable)

Nous voudrions nous arrêter plus spécifiquement sur la longue lettre de Schauder à Leray datée du 23 février 1935, dans la mesure où elle documente de manière remarquable le caractère programmatique de leur coopération. Schauder commence par remercier Leray pour quatre récents envois. Schauder fait tout d'abord allusion à deux travaux de Leray que nous n'avons pas été en mesure d'identifier, faute d'indices probants. Schauder s'attarde plus longuement sur une note de Leray destinée aux C.R.A.S., qu'Henri Villat présentera lors de la séance du 18 mars 1935 (Leray 1935). Enfin, Schauder discute un manuscrit inédit de Leray qui semble à présent perdu. Dans cette lettre, Schauder s'illustre par sa relecture attentive des travaux de Leray, soulignant l'originalité et la fécondité de certaines propositions démontrées, tout en indiquant quelques lacunes ou erreurs dans les raisonnements de son correspondant. Schauder met ce faisant en exergue deux résultats importants obtenus par Leray dans sa note aux C.R.A.S., puis développés dans son manuscrit.

D'une part, en s'appuyant sur leur contribution commune de 1934, Leray est parvenu à lever certaines restrictions dans la formulation et la démonstration du théorème de l'invariance du domaine obtenu par Schauder en 1932. Leur coopération conduit ainsi à une progressive montée en généralité, à partir de résultats qu'ils ont antérieurement obtenus. Leur correspondance traduit donc avec acuité les progrès cumulatifs que leur coopération a rendu possibles. D'autre part, Leray reformule, dans le cadre des espaces de Banach, un théorème de topologie établi par Pavel Alexandroff en 1928 dans le cas des espaces euclidiens[25]. Leray fait même plus, en proposant une démonstration très simple de ce théorème dans le cas initialement envisagé par Alexandroff, à savoir celui de deux parties fermées homéomorphes dans un espace euclidien. L'exemple du théorème d'Alexandroff montre que Leray prolonge le programme initié par Schauder entre 1927 et 1932, lequel consiste à reformuler et à démontrer des théorèmes classiques de topologie combinatoire pour des espaces de Banach. Par ailleurs, Schauder examine les travaux de Leray en fonction de trois valeurs épistémiques, à savoir la généralité – liée à la progressive levée d'hypothèses restrictives – ; la simplicité – au sens où des théorèmes tels que celui d'Alexandroff (1928) peuvent désormais être démontrés avec une plus grande économie de moyens – ; enfin, la fécondité qui tient pour l'essentiel aux applications que ces résultats pourraient recevoir dans l'étude d'équations aux dérivées partielles du second ordre.

Schauder poursuit sa lettre en indiquant à Leray comment ces trois valeurs épistémiques seraient mises en œuvre pour des espaces plus généraux que les

satisfait à cette propriété d'approximation. Je remercie Sophie Grivaux et Gilles Godefroy de m'avoir aidé à clarifier ce passage de la lettre de Schauder.

[25] Voici comment on peut formuler le théorème d'Alexandroff : soit E^n un espace euclidien de dimension n et soient A et A' deux parties fermées homéomorphes de E^n. Ces deux parties partagent l'espace en exactement le même nombre de composantes connexes.

espaces de Banach. C'est alors que se manifeste avec acuité le caractère programmatique de cette lettre du 23 février 1935, qu'il convient d'apprécier en fonction des avancées réalisées plus globalement par l'école de mathématiques de Lwów entre 1933 et 1935. En effet, trois collègues de Schauder rattachés à cette école, à savoir Banach, Mazur et Władysław Orlicz, viennent alors d'axiomatiser les espaces dits de Fréchet[26], une classe d'espaces vectoriels topologiques jouant à présent un rôle majeur en analyse fonctionnelle. La dénomination « espaces de Fréchet » est due au groupe Nicolas Bourbaki et, plus exactement, à Jean Dieudonné au début des années 1950 (Taylor 1987, p. 35–36). En réalité, Fréchet n'a pas explicité un tel concept et il appartient à certains tenants de l'école de mathématiques de Lwów d'en avoir fourni une définition axiomatisée[27] et d'en avoir fourni les premières applications. En effet, après avoir exposé les axiomes définissant les espaces dits de Fréchet, qu'il nomme alors espaces du type F_0, Schauder montre à Leray comment leurs travaux de 1934 pourraient être étendus à ce type d'espaces – étant entendu que les espaces de Banach sont un cas particulier d'espaces dits de Fréchet. Schauder propose ensuite un examen critique de son article de 1930 sur les théorèmes du point fixe. Il y souligne que le premier théorème avait été formulé par ses soins sous des hypothèses trop lâches[28] et qu'il est justement valable pour des espaces du type F_0. Inversement, son deuxième théorème, qu'il avait restreint en 1930 aux espaces de Banach, peut être généralisé aux espaces du type F_0[29]. Schauder poursuit et achève la rédaction de cette longue lettre après réception d'une nouvelle carte de Leray. Schauder en profite pour dresser un historique du théorème de Jordan[30] et de ses généralisations en topologie combinatoire, avant de préciser qu'il souhaiterait accueillir les travaux inédits de Leray dans l'organe éditorial de l'école de Lwów,

---

[26] Un espace de Fréchet est un espace vectoriel topologique dont la topologie est complète et définie par une famille dénombrable et séparante de semi-normes. Dans sa lettre à Leray, Schauder emploi l'expression « espaces du type F_0 » pour les désigner. Schauder fera ensuite évoluer cette dénomination, parlant finalement d'espaces du type B_0 dans une publication de 1937. Cette dernière terminologie est d'ailleurs celle retenue dans (Mazur, Orlicz 1948). Plus concrètement, Schauder commence par se donner une famille dénombrable de « normes partielles » $\|x\|_i$ $(i = 1, 2, etc.)$ – je reproduis ici les notations de Schauder – c'est-à-dire de semi-normes. Il précise bien qu'une telle famille est séparante, puisqu'il ajoute la condition suivante : si $\|x\|_i = 0$ pour tout entier i, alors $x = 0$. Sa définition s'achève sur une hypothèse de complétude. Je remercie une nouvelle fois Sophie Grivaux pour son aide dans l'interprétation de cette lettre de Schauder.

[27] Les premières publications de Mazur et Orlicz sur les espaces de Fréchet datent seulement de 1948 mais, dans une note introductive, ils précisent que les principaux résultats figurant dans cet article « ont été présentés aux séances du 17 et du 28 octobre 1933 » de la Société polonaise de mathématiques, section de Lwów (Mazur, Orlicz 1948, p. 184).

[28] Dans son article de 1930, Schauder ne fait aucune hypothèse de convexité locale lorsqu'il formule et démontre ce premier théorème. Or, cette hypothèse est essentielle et elle est justement satisfaite pour les espaces du type F_0, lesquels sont en effet localement convexes.

[29] Notons que quelques mois après cette lettre, le mathématicien russe Andreï Nikolaïevitch Tychonoff démontre ce théorème du point fixe pour des espaces vectoriels topologiques localement convexes (Tychonoff 1935). Ce résultat est discuté par Schauder dans sa lettre à Leray du 12 décembre 1935.

[30] Ce théorème énonce que toute courbe fermée simple décompose le plan usuel en deux composantes connexes, l'une étant bornée, l'autre non.

à savoir *Studia mathematica* – à notre connaissance, ce ne sera finalement pas le cas. À la fin de cette lettre du 23 février 1935, Schauder évoque sa participation aux conférences sur les équations aux dérivées partielles qui se tiendront à Genève en juin 1935.

2.2. Un programme de recherche relayé lors de conférences internationales

Entre le 17 et le 20 juin 1935, Leray et Schauder participent de fait à ces conférences auxquelles sont également conviés les mathématiciens Rudolf Füter, Jacques Hadamard, Gustav Doetsch, Florin Vasilesco et Alexandre Weinstein[31]. Dans sa conférence, Schauder se réfère pour l'essentiel à des travaux menés individuellement entre 1932 et 1934. Leray met en revanche largement en avant les fruits de sa coopération avec Schauder, en particulier leur article commun de 1934. De manière plus remarquable encore, Leray organise sa conférence en trois parties présentant les différentes facettes des travaux qu'il a menés jusque-là : une première partie est dévolue à la topologie des espaces fonctionnels, une deuxième partie à l'étude des équations aux dérivées partielles de type elliptique, tandis qu'une troisième partie est réservée à des applications en hydrodynamique. La version publiée de la conférence de Leray est accompagnée d'un historique et de références bibliographiques correspondant à chacune des trois parties de son exposé. Leray met alors en avant le programme de recherche initié par Schauder et visant à étendre aux espaces de Banach – sous certaines conditions – des théorèmes classiques de topologie combinatoire.

La coopération entre Leray et Schauder se reflète publiquement de manière encore plus nette si l'on se réfère à l'exposé que présente Schauder dans le cadre de la conférence internationale de topologie qui est organisée par Pavel Alexandroff à Moscou du 4 au 10 septembre 1935. Elle donne lieu à près de 45 exposés, l'école de topologie de Varsovie y étant très représentée avec des interventions de Karol Borsuk, Kazimierz Kuratowski, Stefan Mazurkiewicz et Wacław Sierpiński. Une importante délégation américaine, dominée par l'école de topologie de Princeton, participe également à ce congrès international. Schauder est l'unique membre de l'école de mathématiques de Lwów ayant pris part à ce congrès. Un seul orateur est français : il s'agit d'André Weil, l'un des membres fondateurs du groupe Nicolas Bourbaki et l'un des orateurs réguliers du séminaire Julia. Au cours de l'année 1935–1936, le séminaire Julia est justement dédié à la topologie et, plus spécifiquement, aux recherches contemporaines en topologie combinatoire, faisant ainsi

[31] Les actes de ces conférences internationales seront publiés dans la revue *L'enseignement mathématique*, volume 35, 1936, p. 5–151, à l'exception de l'exposé de Rudolf Füter, reproduit dans un autre journal.

écho à la conférence internationale de topologie de Moscou. Les actes de ce congrès sont publiés dans les *Matematicheskiĭ Sbornik*, tome I, vol. 43, n°5, ce qui permet de cerner la teneur de l'intervention de Schauder. Ce dernier revient tout d'abord de manière synthétique sur ses travaux communs avec Leray ayant conduit à étendre sous certaines conditions aux espaces de Banach la théorie du degré topologique de Brouwer. Schauder insiste ensuite sur les applications que reçoivent leurs contributions dans l'étude des équations aux dérivées partielles de type elliptique, ainsi qu'en hydrodynamique. Le septième et dernier paragraphe de l'exposé de Schauder mérite toute notre attention pour deux raisons. D'une part, Schauder indique comment Leray vient de généraliser aux espaces de Banach, au surplus avec une rare économie de moyens, un théorème établi en 1928 par Alexandroff dans le cas des espaces euclidiens (Schauder 1936, p. 752). D'autre part, Schauder formule de manière très ramassée le programme de recherche qu'il entend poursuivre avec Leray : étendre la théorie du degré topologique à des espaces linéaires et métriques localement convexes (Schauder 1936, p. 753). Schauder fait en réalité très directement référence à ses échanges épistolaires avec Leray et, en particulier, à la lettre du 23 février 1935 que nous venons de commenter. Il s'agit là d'un exemple remarquable d'usage public d'une correspondance privée.

En retour, Schauder commente en détail sa participation au congrès de Moscou dans un long courrier destiné à Leray le 2 décembre 1935. D'une manière générale, il regrette que la plupart des exposés ne comportent aucune application et que les conférenciers s'intéressent exclusivement à la topologie en tant que telle. Schauder souligne d'ailleurs dans une note de bas de page qu'il ne se définit pas lui-même comme un topologue. Il résume cependant deux conférences qui l'ont particulièrement marqué, à savoir celles de Georg Nöbeling et de Witold Hurewicz. Ceci fait, Schauder précise avoir présenté aux plus éminents participants à ce congrès – à savoir James Alexander, Pavel Alexandroff et Heinz Hopf – les résultats contenus dans la note de Leray aux C.R.A.S. du 18 mars 1935. La lettre de Schauder s'achève sur un résumé de sa conférence, soulignant les mécompréhensions dont elle a fait l'objet de la part de John von Neumann et de Hans Freudenthal en particulier. Schauder demande pour finir à Leray si l'une des contributions de son collègue Orlicz ne pourrait pas être accueillie dans la collection *Mémorial des sciences mathématiques* dirigée par Henri Villat. À notre connaissance, ce ne sera pas le cas.

Mentionnons pour finir qu'une petite délégation issue de l'école de mathématique de Lwów participe au congrès international des mathématiciens qui se tient à Oslo du 14 au 18 juillet 1936, dont Banach, Mazur, Orlicz et Schauder. Banach compte parmi les conférenciers pléniers et, comme l'ont souligné les historiens des mathématiques Reinhard Siegmund-Schultze et Christopher Hollings, Banach représente alors une sous-discipline en plein essor, à savoir l'analyse fonctionnelle (Hollings, Siegmund-Schultze 2020, p. 204–207). Banach commence sa conférence plénière par un historique de la théorie des opérateurs ; il présente ensuite succinctement des résultats issus de cette théorie avant d'en souligner diverses applications. Il s'attarde alors sur les programmes de recherche menés dans ce cadre par des représentants de l'école de mathématiques de Lwów, mentionnant en particulier les travaux menés conjointement par Leray et Schauder (Banach 1937). Pour le dire autrement, la coopération entre Schauder et Leray est mise en exergue par Banach dans le cadre d'une conférence visant à favoriser le rayonnement international de l'école de mathématiques de Lwów.

Les dernières lettres de Schauder à Leray s'échelonnent entre le 8 août 1936 et le début de l'année 1938 ; elles documentent la poursuite de leur coopération scientifique dans les domaines précités – topologie, analyse fonctionnelle et équations aux dérivées partielles –, sans que celle-ci donne finalement lieu à la préparation d'une nouvelle publication commune. Leray et Schauder favorisent en outre les échanges entre *Studia mathematica* et des journaux mathématiques français, comme en attestent les lettres de Schauder à Leray du 1er novembre 1936 et du 23 mars 1937. Le dernier article publié par Schauder paraît en 1937 ; la dernière lettre de Schauder à Leray date du 18 janvier 1938 ; enfin, Leray rend pour la dernière fois visite à Schauder à Lwów en juin 1938. Leray vient alors tout juste de recevoir le prix Malaxa couronnant ses travaux sur les équations aux dérivées partielles, Schauder étant également récompensé à cette occasion[32]. Les mathématiciens Tullio Levi-Civita et Henri Villat, ainsi que le physicien Werner Heisenberg font partie du jury de ce prix. Les trajectoires de Leray et Schauder se séparent complètement à partir de l'été 1938. Mobilisé durant la Drôle de guerre, Leray est fait prisonnier par l'armée allemande à l'issue de la débâcle et il est retenu en captivité dans l'Oflag XVII-A à Edelbach en Autriche de l'été 1940 au printemps 1945. Il y poursuit des travaux en topologie combinatoire à un niveau de généralité remarquable[33]. Après la défaite de la Pologne et la signature du traité germano-soviétique d'amitié, de coopération et de délimitation entre l'Allemagne nazie et l'Union soviétique, l'Est de la Pologne passe sous domination soviétique, dont la ville de Lwów. L'université Jean Kazimierz est alors restructurée en profondeur pour devenir une université soviétique et, au début du mois de janvier 1940, elle est rebaptisée du nom de l'écrivain et poète ukrainien Ivan Franko. Schauder y exerce comme professeur sur une chaire de mécanique tout en étant « maître de recherches à l'Académie ukrainienne des sciences » (Orlicz 1978, p. 9). L'opération Barbarossa est déclenchée par l'Allemagne nazie contre l'Union soviétique à partir du 22 juin 1941 ; la ville de Lwów est occupée par les nazis dès le 30 juin et reprend

[32] Pour un historique de ce prix, voir (Mawhin 2018, p. 239). Une différence de traitement entre Leray et Schauder, au détriment de Schauder, est documentée par Mawhin lors de la remise de ce prix.

[33] Pour un résumé de ses travaux, voir en particulier l'introduction par Armand Borel du premier volume des œuvres de Jean Leray. Les conditions matérielles ayant permis à Leray de mener ses travaux en captivité ont été minutieusement reconstituées dans (Eckes 2020).

dans la foulée le nom de Lemberg. Les exactions à l'encontre des Juifs se multiplient dès le mois de juillet et elles s'intensifient après l'instauration, le 8 novembre 1941, d'un ghetto au nord de Lemberg. Le 29 octobre 1942, Schauder parvient à envoyer en urgence une lettre au mathématicien hollandais Bartel Leendert van der Waerden, alors en poste à Leipzig. Schauder, sa femme et sa fille sont en danger de mort et, par ce courrier, Schauder tente de mobiliser des savants allemands pour que ses proches et lui-même aient la vie sauve[34]. Il recommande en particulier à van der Waerden de solliciter l'appui de Heisenberg qui était membre du prix Malaxa. Van der Waerden veillera à ce que ce cri de détresse soit entendu par d'autres collègues, dont les mathématiciens Constantin Carathéodory et Wilhelm Süss, ce dernier étant à la tête de la *Deutsche Mathematiker-Vereinigung* depuis 1938. Schauder ne pourra cependant pas être sauvé. Il meurt très vraisemblablement en septembre 1943, victime de la barbarie nazie ; sa femme disparaît après avoir confié leur fille à un couvent catholique. Cette dernière leur survivra.

En conclusion : de quelques usages mémoriels de la correspondance Leray–Schauder

Au terme de cet article, nous sommes donc parvenus à replacer les échanges épistolaires entre Schauder et Leray dans le contexte des années 1930, en soulignant la portée internationale de leur coopération. Leurs pratiques mathématiques peuvent alors être reconstituées dans l'incertitude du moment présent, combinant la discussion d'énoncés conjecturaux et la mise en évidence d'éventuelles lacunes ou erreurs que comporteraient certaines de leurs démonstrations. Nous avons en outre souligné l'importance de congrès mathématiques internationaux, dont la conférence internationale de topologie organisée à Moscou en septembre 1935, pour que leurs travaux prennent toute leur envergure sur la scène mathématique internationale. Nous allons montrer pour finir que la correspondance entre Leray et Schauder refait surface dans le cadre d'une série d'hommages de Leray à Schauder. Ils sont au nombre de quatre et ils s'échelonnent entre 1959 et 1980[35].

Le premier d'entre eux est traduit en polonais et il est donc accueilli dans les *Wiadomości Matematyczne* en 1959, soit l'un des principaux organes éditoriaux de la société polonaise de mathématiques[36]. L'article de Leray s'apparente à un résumé

---

[34] Une copie de cette lettre de Schauder à van der Waerden figure dans le fonds du mathématicien allemand Wilhelm Süss, Universitätsarchiv Freiburg, correspondance avec Constantin Carathéodory, C 89/48-1. Je remercie Norbert Schappacher de m'avoir signalé l'existence de cette lettre.

[35] Un hommage appuyé à Schauder figure dans la Notice que produisit Leray lors de son élection à l'Académie des sciences en 1953. Voir à ce propos (Mawhin 2018, p. 231).

[36] Les *Wiadomości Matematyczne* sont fondées en 1897 et paraissent sans discontinuer jusqu'en 1939. Elles sont recréées en 1955.

analytique de l'œuvre de Schauder. Nous ignorons tout du contexte dans lequel ce texte a été rédigé ; nous ne savons pas non plus par quels intermédiaires Leray est passé pour que son article soit ainsi traduit et publié dans les *Wiadomości Matematyczne*. Toujours est-il que la version en français de l'article de Leray, rédigée selon toute certitude à la fin des années 1950, figure au début des œuvres complètes de Schauder, publiées en 1978[37]. Il s'agit là de l'événement éditorial ayant conduit Leray à revenir publiquement sur son amitié avec Schauder, en divulguant deux années plus tard certains extraits de leur correspondance. En effet, Leray fait paraître en 1980 un article dont l'intitulé en français est « Mon ami Jules Schauder ». Une version de ce texte en polonais est accueillie dans les *Wiadomości Matematyczne*, tandis qu'une version en anglais figure dans un ouvrage collectif dirigé par le mathématicien Walter Forster à l'issue d'un symposium organisé à l'université de Southampton au début du mois de juillet 1979[38]. Leray évoque alors quelques souvenirs personnels de leur première rencontre à Paris au printemps 1933, ainsi que leurs publications communes de 1933–1934 ; il propose ensuite un rapide inventaire des thèmes abordés dans le cadre de leur correspondance, insistant tout particulièrement sur le compte rendu du congrès international de topologie que lui adressa Schauder en décembre 1935. Leray spécifie en outre la teneur de leurs échanges scientifiques en s'appuyant sur l'exemple du théorème d'Alexandroff (1928), étendu par Leray lui-même aux espaces de Banach sous certaines conditions. À travers cet exemple, Leray entend alors faire ressortir la rigueur intellectuelle et les qualités morales de Schauder, évoquant « son caractère fort prudent, très scrupuleux, foncièrement honnête et réellement modeste ». L'article de Leray s'achève sur un bref aperçu du parcours tragique de Schauder et de ses proches durant la Deuxième Guerre mondiale. Leray confère ainsi aux fragments de correspondance reproduits dans cet article une fonction mémorielle qu'il est désormais possible d'expliciter : il s'agit tout d'abord pour Leray de fournir quelques éléments visant à reconstituer sa rencontre avec Schauder ainsi que leur coopération scientifique ; l'objectif est également de célébrer l'une des principales figures de l'école de mathématiques de Lwów, tout en insistant sur l'originalité de sa démarche. Par exemple, dans sa présentation des œuvres de Schauder, Leray indique très explicitement que Schauder envisage d'un seul tenant la topologie, l'analyse fonctionnelle et l'étude de certains types d'équations aux dérivées partielles du second ordre :

> Cette œuvre est en apparence diverse : elle apporte des contributions souvent fondamentales à quatre branches des mathématiques, qu'on a coutume d'étudier indépendamment l'une l'autre. En fait, c'est une œuvre d'une grande continuité : Jules Schauder

[37] Pour le dire autrement (Leray 1959) est la traduction exacte, en polonais, de (Leray 1978).

[38] Des photocopies du texte original en français sont conservées à la bibliothèque de mathématiques de l'Université de Nantes. Je remercie Jenny Boucard de m'avoir permis d'y accéder. À notre connaissance, cette version en français n'a pas fait l'objet d'une publication.

> n'est pas un spécialiste ; il remonte à l'origine des problèmes ; il s'aperçoit qu'ils exigent de tout autres procédés que ceux qu'on a pris l'habitude de leur appliquer ; sa pensée progresse, sans souci des cloisonnements qui compartimentent arbitrairement la science et qu'ont dû toujours bousculer les esprits vraiment originaux (Leray 1978, p. 11).

La généralité des théorèmes obtenus par Schauder est en outre systématiquement corrélée à de possibles applications qui en garantissent la fécondité, Leray insistant sur le fait que « [c]e ne sont pas des voies abstraites qui conduisirent Jules Schauder aux découvertes que nous venons d'élucider ». Pour finir, Leray envisage l'œuvre de Schauder en général et leur coopération scientifique en particulier à travers *deux figures tutélaires* : Stefan Banach – soit l'un des fondateurs de l'école de Lwów – et Henri Poincaré en raison de ses contributions en *analysis situs*[39]. Ces deux figures tutélaires viennent en quelque sorte *consacrer* le programme de recherche que Leray et Schauder ont mené dans les années 1930. Les lettres de Schauder à Leray constituent à présent l'une des rares pièces que nous sommes parvenus à retrouver dans le cadre d'une vaste enquête que nous avons conduite pour localiser et rassembler ce qu'il reste des papiers de Leray (Eckes 2020, p. 33–34). En conséquence, il est pour l'heure impossible de savoir si Leray était en contact régulier avec d'autres membres de l'école de mathématiques de Lwów ; nous ne pouvons pas non plus croiser cette correspondance avec d'autres échanges épistolaires que Leray aurait eus avec des protagonistes de l'époque. Enfin, nous ne sommes pas parvenus à savoir dans quelles circonstances Leray a repris contact avec certains homologues exerçant en Pologne durant la Guerre froide, une première fois au cours de la seconde moitié des années 1950, une seconde fois à la fin des années 1970. Seules des investigations portant sur des fonds privés de mathématiciens conservés en Pologne permettraient de savoir comment la mémoire de cette coopération passée entre Leray et Schauder a pu être pérennisée et s'exprimer sous la forme de deux articles parus en polonais dans les *Wiadomości Matematyczne*, auxquels il convient d'ajouter une note d'introduction aux œuvres complètes de Schauder, publiées sous le patronage de l'Académie polonaise des sciences en 1978.

Bibliographie

Audin M., 2014, *Le séminaire de mathématiques (1933–1939), première partie : l'histoire*, http://books.cedram.org/MALSM/.

Banach S., 1922, "Sur les opérations dans les ensembles abstraits et leur application aux équations intégrales", *Fundamenta Mathematicae* 3 : 133–181.

[39] À notre connaissance, Schauder ne se réfère jamais directement à Poincaré dans ses travaux scientifiques.

Banach S., 1932, *Théorie des opérateurs linéaires*, Warszawa : z subwencji Funduszu Kultury Narodowej, Monografie Matematyczne.

Banach S., 1937, "Die Theorie der Operationen und ihre Bedeutung für die Analysis", in : *Comptes rendus du congrès international des mathématiciens*, Oslo 14–18 julliet 1936, tome I, Oslo : A.W. Brøggers Boktykkeri A/S, 261-268.

Beaulieu L., 1989, *Bourbaki, une histoire du groupe de mathématiciens français et de ses travaux (1934–1944)*, thèse de doctorat, Université de Montréal.

Birkhoff G. D., Kellogg O. D., 1922, "Invariant Points in Function Space", *Transactions of the American Mathematical Society* 23 : 93–115.

Cléry M., Perfettini T., 2016, "Le voyage de Maurice Fréchet en Europe de l'Est en 1935", *Images des mathématiques*, https://images.math.cnrs.fr/Le-voyage-de-Maurice-Frechet-en-Europe-de-l-Est-en-1935.html.

Dordier J.-L., 1996, "Genèse des premiers espaces vectoriels de fonctions", *Revue d'histoire des mathématiques* 2 : 265–307.

Duda R., 2014, *Pearls from a Lost City, The Lvov School of Mathematics*, trad. D. Davies, Providence, Rhode Island : American Mathematical Society, History of Mathematics, tome 40.

Eckes Ch., 2020, "Captivité et consécration scientifique. Reconsidérer la trajectoire académique du mathématicien prisonnier de guerre Jean Leray (1940–1947)", *Genèses ; sciences sociales et histoire* 121 : 31–51.

Fréchet M., 1926, "Les espaces abstraits topologiquement affines", *Acta mathematica* 47 : 25–52.

Fréchet M., 1928, *Les espaces abstraits et leur théorie considérée comme ntroduction à l'analyse générale*, Paris : Gauthier-Villars.

Hollings Ch., Siegmund-Schultze R. avec la collaboration d'H. Kragh Sørensen, 2020, *Meeting under the Integral Sign ? The Oslo Congress of Mathematicians on the Eve of the Second World War*, Provindence, Rhode Island : American Mathematical Society.

Jaëck F., 2021, "From Fundamenta Mathematicae to Studia Mathematica: The Renaissance of Polish Mathematics in Light of Banach's Publications 1919–1940 ", in : L. Mazliak, R. Tazzioli (éds.), *Mathematical Communities in the Reconstruction after the Great War 1918–1928: Trajectories and Institutions*, Basel : Birkhäuser, 253–276.

Leray J., 1935, "Topologie des espaces abstraits de M. Banach", *Comptes rendus de l'Académie des sciences* : 200 : 1082–1084.

Leray J., 1959, "O twórczości Juliusza Pawła Schaudera", *Wiadomości Matematyczne* 3 (2) : 13–19.

Leray J., 1978, "L'œuvre de Jules Schauder", in : Juliusz Paweł Schauder, *Œuvres*, Varsovie : PWN – éditions scientifiques de Pologne, 11–17.

Leray J., 1980a, "My Friend Juliusz Schauder", in : W. Forster (éd.), *Numerical Solutions of Highly Nonlinear Problems*, Amsterdam : North-Holland, 427–439.

Leray J., 1980b, "O moim przyjacielu Juliuszu Schauderze", *Wiadomości Matematyczne* 23 (2) : 75–84.

Leray J., Schauder J., 1934, "Topologie et équations fonctionnelles", *Annales scientifiques de l'École normale supérieure* 51 : 45–78.

Lévy P., 1922, *Leçons d'analyse fonctionnelle*, Paris : éditions Gauthier-Villars.

Lichtenstein L., 1918, " Neuere Entwicklung der Potentialtheorie. Konforme Abbildung", in : *Encyclopädie der mathematischen Wissenschaften*, tome 2-3-1, 177-378.

Lichtenstein L., 1924, "Neuere Entwicklung der Theorie partieller Differentialgleichungen zweiter Ordnung vom elliptischer Ordnung", *Encyclopädie der mathematischen Wissenschaften*, tome 2-3-2, 1277-1334.

Mauldin D., 2015, *The Scottish Book. Mathematics from the Scottish Café*, Basel–Berlin–Boston : Birkhäuser.

Mawhin J., 2012, "Juliusz Schauder, Topology of Function Spaces and Partial Differential Equations", *Wiadomości Matematyczne* 48 (2) : 173–183.

Mawhin J., 2018, "A Tribute to Juliusz Schauder", *Antiquitates mathematicae* 12 (1) : 229–257.
Mazur S., Orlicz W., 1948, "Sur les espaces métriques linéaires I", *Studia mathematica* 10 : 184–208.
Orlicz W., 1978, "Juliusz Paweł Schauder 1899–1943", in : Juliusz Paweł Schauder, *Œuvres*, Varsovie, PWN – éditions scientifiques de Pologne, 9–10.
Schauder J., 1927, "Zur Theorie stetiger Abbildungen in Funktionalräumen", *Mathematische Zeitschrift* 28 : 417–431.
Schauder J., 1929, "Invarianz des Gebietes in Funktionalräume", *Studia mathematica* 1 : 123–139.
Schauder J., 1930, "Der Fixpunktsatz in Funktionalräumen", *Studia mathematica* 2 : 171–180.
Schauder J., 1932, "Über den Zusammenhang zwischen der Eindeutigkeit und Lösbarkeit partieller Differentialgleichungen zweiter Ordnung vom elliptischen Typus", *Mathematische Annalen* 106 : 661–721.
Schauder J., 1936, " Einige Anwendungen der Topologie der Funktionalräume", *Matematicheskiĭ Sbornik*, tome I, 43 (5) : 747–753.
Siegmund-Schultze R., 1982, "Die Anfänge der Funktionalanalysis und ihr Platz im Umwälzungsprozeß der Mathematik um 1900", *Archive for History of Exact Sciences* 26 (1) : 13–71.
Siegmund-Schultze R., 2001, *Rockefeller and the Internationalization of Mathematics between the Two World Wars*, Basel–Berlin–Boston : Birkhäuser.
Taylor A. E., 1982, "A Study of Maurice Fréchet. I. His Early Work on Point Set Theory and the Theory of Functionals", *Archive for History of Exact Sciences* 27 (3) : 233–295.
Taylor A. E., 1987, "A Study of Maurice Fréchet. III. Fréchet as Analyst, 1909–1930", *Archive for History of Exact Sciences* 37 (1) : 25–76.
Tychonoff A. N., 1935, "Ein Fixpunktsatz", *Mathematische Annalen* 111 : 767–776.