

*Iwona Müller-Frączek, Michał Bernard Pietrzak\**  
*Uniwersytet Mikołaja Kopernika w Toruniu*

## **ANALIZA STOPY BEZROBOCIA W POLSCE W UJĘCIU PRZESTRZENNO-CZASOWYM**

**Klasyfikacja JEL:** J08, C33

**Słowa kluczowe:** ekonometria przestrzenna, stopa bezrobocia, model przestrzen-  
ny, model przestrzenno-czasowy

**Abstrakt:** *W obszarze zainteresowań artykułu leży modelowanie procesów ekonomicznych, charakteryzujących się zależnościami przestrzennymi. Jednym z takich procesów jest stopa bezrobocia świadcząca o poziomie rozwoju społeczno-ekonomicznego regionów. Przestrzenny opis bezrobocia, jako jednego z ważniejszych negatywnych zjawisk społeczno-ekonomicznych, jest istotnym zadaniem ekonometrii przestrzennej. W ramach modelowania procesów ekonomicznych przedstawiono dwa podejścia badawcze, przestrzenne oraz przestrzenno-czasowe. Cel artykułu stanowi przestrzenna analiza stopy bezrobocia w Polsce w układzie powiatów. Wykonana analiza dotyczyła okresu 2004-2009. W związku z postawionym celem wykorzystano ekonometryczne modele przestrzenne oraz przestrzenno-czasowe. Do pomiaru siły i kierunku zależności przestrzennych wybrano macierz sąsiedztwa opartą na zasadzie wspólnej granicy powiatów. Zarówno w podejściu*

---

© Copyright Polskie Towarzystwo Ekonomiczne Oddział w Toruniu.

Tekst wpłynął 19 maja 2011; został zaakceptowany do publikacji 5 czerwca 2012.

\* Kontakt: [michal.pietrzak@umk.pl](mailto:michal.pietrzak@umk.pl), [muller@econ.uni.torun.pl](mailto:muller@econ.uni.torun.pl), Uniwersytet Mikołaja Kopernika w Toruniu, ul. Gagarina 13A, 87-100 Toruń.

*przeźrzenym, jak i przeźrzenno-czasowym główne tendencje zmienności stopy bezrobocia opisano przeźrzenym trendem liniowym. Za zmienne objaśniające estymowanych modeli przyjęto wielkość nakładów inwestycyjnych przedsiębiorstw oraz liczbę podmiotów gospodarki narodowej, w obydwu przypadkach przypadające na mieszkańca. W wyniku przeprowadzonej analizy stopy bezrobocia uzyskano modele o dobrych własnościach statystycznych, charakteryzujące się poprawną ekonomiczną interpretowalnością parametrów.*

## **SPATIAL AND SPATIOTEMPORAL MODELS OF UNEMPLOYMENT RATE IN POLAND**

**JEL Classification:** J08, C33

**Keywords:** *spatial econometrics, unemployment rate, spatial model, spatiotemporal model*

**Abstract:** *The article show interest in modelling of economic processes which are characterized by spatial dependence. An unemployment rate indicating a level of socio-economic development of regions constitutes one of such processes. The correct quantitative description of this process, as one of more important negative socio-economic phenomena, is an important task of econometrics, in particular, of spatial econometrics. The purpose of the article is to provide a spatial analysis of the unemployment rate registered at the end of each year in Polish poviats. The research covers the period of 2004-2009. Two approaches to modelling are used - spatial and spatiotemporal. The neighbourhood matrix based on the common border of poviats is applied to reflect the strength and direction of spatial relations. There are used two exogenous variables: investments and entities of the economy recorded, both per capita. In the spatial as well as in the spatiotemporal approach the main tendencies of the change of the unemployment rate are described with a spatial linear trend. All of the received models have good economic and statistic properties and they could be used for further analysis.*

### **WPROWADZENIE**

W artykule podjęty zostanie problem przestrzennej zmienności stopy bezrobocia, której poziom świadczy o rozwoju społeczno-ekonomicznym badanych regionów. Ujęcie przestrzenne wymaga zastosowania metod oraz modeli ekonometrii przestrzennej, szeroko opisywanych w literaturze światowej (por. np. Anselin 1988; Arbia 2006; Le Sage, Pace 2009) oraz nie-

licznie w literaturze polskiej (por. Zeliaś 1991; Szulc 2007; Suchecki 2010).

Cel artykułu stanowi przestrzenna analiza zmienności stopy bezrobocia w Polsce w latach 2004-2009 z zastosowaniem modeli przestrzennych i przestrzenno-czasowych. W artykule postawiono dwie hipotezy badawcze. W pierwszej hipotezie założono istotny wpływ nakładów inwestycyjnych oraz liczby istniejących podmiotów gospodarki narodowej na poziom stopy bezrobocia. W hipotezie drugiej przyjęto założenie o stabilności w czasie zależności przestrzennych procesu stopy bezrobocia. Do weryfikacji postawionych hipotez badawczych wykorzystano przestrzenny model SAR oraz model przestrzenno-czasowy o parametrach strukturalnych stałych w czasie.

W artykule przedstawiono dwa podejścia badawcze, przestrzenne oraz przestrzenno-czasowe. Podejście przestrzenne posłużyło do opisu zmienności stopy bezrobocia dla kolejnych lat oraz stało się punktem wyjścia dla podejścia przestrzenno-czasowego. Zauważono bowiem, że modele przestrzenne w poszczególnych latach posiadają pewne cechy wspólne, takie jak ten sam stopień trendu przestrzennego oraz podobne wartości ocen parametru autoregresji przestrzennej.

W podejściu przestrzenno-czasowym wykorzystano model przestrzenno-czasowy ze stałymi w czasie parametrami strukturalnymi i stałą autoregresją przestrzenną. W modelu tym przyjęto macierz sąsiedztwa oraz te same determinanty, jak w podejściu przestrzennym. Włączony do modelu trend przestrzenno-czasowy charakteryzował globalną tendencję stopy bezrobocia, a autoregresja przestrzenna umożliwiła ujęcie w modelu obserwowanych zależności przestrzennych pomiędzy poszczególnymi lokalizacjami.

Oszacowane w artykule modele poddano ocenie ekonomicznej z punktu widzenia interpretowalności parametrów oraz ocenie statystycznej. W świetle tej oceny wszystkie modele charakteryzowały się dobrymi własnościami. Na zakończenie w części empirycznej artykułu dokonano porównania modeli z obydwu podejść. Mając na uwadze dużą prostotę modelu przestrzenno-czasowego, jak i jego ograniczenia, wskazano dalsze kierunki badań nad tym modelem.

## **NARZĘDZIA BADAWCZE**

Wykorzystywane w analizie stopy bezrobocia modele mają odzwierciedlić zależności przestrzenne i przestrzenno-czasowe, które zachodzą w przypadku stopy bezrobocia. W całym artykule  $n$  oznacza liczbę uporządkowanych jednostek przestrzeni. Literami  $X$  i  $Y$  oznaczono procesy

obserwowane w przestrzeni (podejście przestrzenne) albo w przestrzeni i czasie (podejście przestrzenno-czasowe), które są pojedynczo albo podwójnie indeksowane w zależności od zastosowania.

Jedną z metod uwzględnienia w formalnym opisie związków przestrzennych, obserwowanych w procesach ekonomicznych, jest wprowadzenie przestrzennej macierzy sąsiedztwa (ozn.  $\mathbf{W}=(w_{i,j})$ ,  $i,j=1,\dots,n$ ), która określa siłę powiązań między poszczególnymi obszarami w przestrzeni. Postać macierzy wag może odzwierciedlać geograficzną strukturę badanego obszaru oraz inne aspekty badanego zjawiska, np. ekonomiczne (por. Anselin 1988; Zeliaś 1991; Suchecki 2010).

Znając macierz  $\mathbf{W}$ , można określić operator opóźnienia przestrzennego procesu  $Y$ , czyli dla wszystkich  $i = 1, \dots, n$ :

$$(\mathbf{W}Y)_i = \sum_{j=1,\dots,n} w_{i,j} Y_j \quad \text{– w wersji przestrzennej,}$$

$$(\mathbf{W}Y_t)_i = \sum_{j=1,\dots,n} w_{i,j} Y_{jt} ,$$

gdzie  $Y_t=(Y_{it})_{i=1,\dots,n}$  – w wersji przestrzenno-czasowej.

Operator opóźnienia przestrzennego pozwala odzwierciedlić w modelu wpływ na obserwację procesu w ustalonej lokalizacji obserwacji tego procesu w innych lokalizacjach.

Ponadto przyjmuje się, że na danym obszarze można określić globalną siłę związków zachodzących w procesie pomiędzy różnymi jego lokalizacjami, wyrażoną w modelu w postaci parametru autoregresji  $\rho$ .

Przy definiowaniu modeli wykorzystano tzw. biały szum przestrzenny albo przestrzenno-czasowy  $\varepsilon$  (por. Szulc 2007), czyli nieskorelowane zmienne losowe o własności:

$$\varepsilon_i \sim N(0, \sigma^2), \quad i=1,\dots,n, \quad (1)$$

$$\varepsilon_{it} \sim N(0, \sigma^2), \quad i=1,\dots,n \text{ oraz } t=1,\dots,T. \quad (2)$$

W podejściu przestrzennym wykorzystano model SAR postaci (por. Anselin 1988, LeSage, Pace 2009):

$$Y_i = \rho \cdot (\mathbf{W}Y)_i + \alpha X_i + \varepsilon_i, \quad (3)$$

gdzie:

$i=1, \dots, n$  jest numerem lokalizacji,

$\varepsilon_i$  jest białym szumem przestrzennym.

Natomiast w podejściu przestrzenno-czasowym zastosowano przestrzenno-czasowy model ze stałymi w czasie parametrami strukturalnymi oraz stałą autoregresją przestrzenną (por. Anselin 1988), określony wzorem:

$$Y_{it} = \rho \cdot (\mathbf{W}Y_t)_i + \alpha X_{it} + \varepsilon_{it}, \quad (4)$$

gdzie:

$i=1, \dots, n$  jest numerem lokalizacji,

$t=1, \dots, T$  jest indeksem czasu,

$\varepsilon_{it}$  jest białym szumem przestrzenno-czasowym.

W badaniach empirycznych opisanych w artykule wszystkie wykorzystywane modele zostały rozszerzone o drugi proces objaśniający oraz trend przestrzenny bądź przestrzenno-czasowy, w zależności od przyjętego podejścia.

## WYNIKI EMPIRYCZNE

Badania empiryczne zostały przeprowadzone w oparciu o dane statystyczne pozyskane ze strony internetowej GUS i dotyczyły rocznej stopy bezrobocia rejestrowanego w powiatach Polski ( $n=379$ ) w latach 2004-2009 ( $T=6$ ). Wcześniejsze badania (por. Szulc 2007) wykazały, że stopa bezrobocia charakteryzuje się silnymi zależnościami przestrzennymi, co uzasadniło stosowanie w opisie tego zjawiska modeli przedstawionych w poprzednim podrozdziale. Ponadto zauważono, że stopa bezrobocia podlega pewnej globalnej tendencji przestrzennej, co uzasadniło rozszerzenie modeli o trend przestrzenny.

W modelach przyjęto przestrzenną macierz wag  $\mathbf{W}$ , która odzwierciedla sąsiedztwo powiatów w sensie ich wspólnej granicy. Dla wszystkich powiatów wyznaczono środki ciężkości, których współrzędne wykorzystano

przy szacowaniu trendów przestrzennych. Estymacja kolejnych modeli wykazała, że wśród potencjalnych determinant bezrobocia tylko dwa procesy ekonomiczne okazały się statystycznie istotne. Procesy te wraz z procesem objaśnianym przedstawione zostały w tabeli 1.

**Tabela 1. Ekonomiczne procesy przestrzenne wykorzystane do modelowania stopy bezrobocia w powiatach Polski**

Proces	Oznaczenie
Stopa bezrobocia	$Y$
Inwestycje w tys. zł na mieszkańca	$X_1$
Liczba podmiotów gospodarczych na 10 000 mieszkańców	$X_2$

Źródło: opracowanie własne.

## MODELE PRZESTRZENNE

W podejściu przestrzennym oszacowano model SAR dla stopy bezrobocia dla każdego badanego roku oddzielnie. We wszystkich przypadkach model SAR rozszerzono o trend przestrzenny.<sup>1</sup> Końcowe modele przestrzenne dla kolejnych lat przybrały postać określoną równaniem:

$$Y = \rho \cdot WY + a + bx + cy + \alpha X_1 + \beta X_2 + \varepsilon, \quad (5)$$

gdzie:

$W$  jest macierzą sąsiedztwa,

$x$  i  $y$  to współrzędne geograficzne środków ciężkości powiatów,

$X_1$  to inwestycje w tys. złotych na mieszkańca,

$X_2$  to liczba podmiotów gospodarczych na 10 000 mieszkańców,

$\varepsilon$  oznacza szum przestrzenny.

W tabeli 2 przedstawiono oszacowane oceny parametrów modeli dla poszczególnych lat, określonych równaniem (5). Analiza wyników przedstawionych w tabeli 2 wykazała, że dla wszystkich badanych lat otrzymano ujemne oceny parametrów strukturalnych modeli ( $\alpha$ ,  $\beta$ ), co odzwierciedliło korzystny wpływ wzrostu inwestycji oraz liczby podmiotów gospodar-

<sup>1</sup> Osobna estymacja modelu trendu przestrzennego wykazała istotność statystyczną trendu pierwszego stopnia (liniowego trendu przestrzennego).

czych na spadek stopy bezrobocia w powiatach. Pozwoliło to na weryfikację pierwszej hipotezy badawczej o istotnym wpływie tych procesów na zjawisko bezrobocia. Należy zauważyć, że w miarę upływu lat wpływ procesu  $X_1$  stale malał, natomiast nieznacznie malejący wpływ procesu  $X_2$  zmienił swój charakter w roku 2009. Ponadto nachylenie płaszczyzny trendu w tym okresie, wyznaczane przez wartości  $b$  i  $c$ , stawało się coraz mniej strome. Oznacza to, że malały dysproporcje stopy bezrobocia pomiędzy poszczególnymi powiatami. Te pozytywne z ekonomicznego punktu widzenia efekty zaniknęły w roku 2009, kiedy gospodarka polska odczuła z całą mocą skutki światowego kryzysu finansowego. Wprawdzie nie zmieniły się znaki współczynników przy trendzie przestrzennym, jednak ich wartości bezwzględne wzrosły w stosunku do roku poprzedniego.

**Tabela 2. Wyniki estymacji modeli przestrzennych dla stopy bezrobocia w powiatach Polski w latach 2004-2009<sup>2</sup>**

Parametr		Modele przestrzenne					
		2004	2005	2006	2007	2008	2009
$a$	oceny	16,51	15,69	13,90	11,42	9,86	12,30
	statystyka $t$	8,56	8,59	8,06	7,34	6,73	7,61
	$p$ -value	$\approx 0,00$	$\approx 0,00$	$\approx 0,00$	$\approx 0,00$	$\approx 0,00$	$\approx 0,00$
$b$	oceny	0,61	0,58	0,48	0,42	0,41	0,52
	statystyka $t$	3,53	3,46	2,97	2,83	2,95	3,49
	$p$ -value	$\approx 0,00$	$\approx 0,00$	$\approx 0,00$	$\approx 0,00$	$\approx 0,00$	$\approx 0,00$
$c$	oceny	-0,84	-0,73	-0,62	-0,43	-0,30	-0,45
	statystyka $t$	-4,96	-4,52	-3,98	-2,93	-2,20	-3,06
	$p$ -value	$\approx 0,00$	$\approx 0,00$	$\approx 0,00$	$\approx 0,00$	0,02	$\approx 0,00$
$\alpha$	oceny	-1,20	-1,27	-1,07	-0,68	-0,49	-0,42
	statystyka $t$	-6,21	-7,18	-6,89	-6,15	-5,59	-4,54
	$p$ -value	$\approx 0,00$	$\approx 0,00$	$\approx 0,00$	$\approx 0,00$	$\approx 0,00$	$\approx 0,00$
$\beta$	oceny	-0,73	-0,67	-0,59	-0,55	-0,53	-0,66
	statystyka $t$	-6,41	-6,20	-5,50	-5,57	-5,72	-6,75
	$p$ -value	$\approx 0,00$	$\approx 0,00$	$\approx 0,00$	$\approx 0,00$	$\approx 0,00$	$\approx 0,00$
$\rho$	oceny	0,66	0,65	0,65	0,64	0,64	0,60
	statystyka $t$	167,63	164,41	160,45	152,99	147,57	129,63
	$p$ -value	$\approx 0,00$	$\approx 0,00$	$\approx 0,00$	$\approx 0,000$	$\approx 0,00$	$\approx 0,00$

Źródło: obliczenia własne w programie R-CRAN.

<sup>2</sup> Zarówno modele przestrzenne, jak i model przestrzenno-czasowy estymowane były za pomocą metody największej wiarygodności, która w przypadku istnienia autokorelacji przestrzennej, w odróżnieniu od KMNK, posiada poprawne własności.

We wszystkich sześciu modelach przestrzennych istniały silne zależności przestrzenne, wyrażone wysoką wartością parametru autoregresji  $\rho$ . Zależności te świadczą o mechanizmie przeciwdziałającym zmianie układu przestrzennego stopy bezrobocia. Zbliżone w kolejnych latach wartości ocen parametru autoregresji weryfikują drugą postawioną w artykule hipotezę badawczą o stabilności w czasie zależności przestrzennych stopy bezrobocia.

### MODEL PRZESTRZENNO-CZASOWY

Stała w czasie struktura wewnętrzna badanego zjawiska oraz podobieństwo odnośnie kierunku oddziaływania determinant, stanowiły uzasadnienie zastosowania podejścia przestrzenno-czasowego. W podejściu tym rozważono model przestrzenno-czasowy ze stałymi w czasie parametrami strukturalnymi jak i stałą w czasie autokorelacją przestrzenną. W wyniku estymacji otrzymano końcową postać modelu określoną wzorem:

$$Y_t = \rho \cdot WY_t + a + bx + cy + dt + \alpha X_{1t} + \beta X_{2t} + \varepsilon_t, \quad (6)$$

gdzie oznaczenia są identyczne jak w przypadku wzoru (5).

**Tabela 3. Oceny parametrów modelu przestrzenno-czasowego dla stopy bezrobocia w powiatach Polski w latach 2004-2009**

	Parametry modelu przestrzenno-czasowego						
	$\rho$	$a$	$b$	$c$	$d$	$\alpha$	$\beta$
oceny	0,67	14,18	0,52	-0,56	-0,39	-0,69	-0,64
statystyka $t$	192,41	18,73	7,97	-8,86	-6,31	-13,76	-15,25
$p$ -value	$\approx 0,00$	$\approx 0,00$	$\approx 0,00$	$\approx 0,00$	$\approx 0,000$	$\approx 0,00$	$\approx 0,00$

Źródło: obliczenia własne w programie R-CRAN.

W tabeli 3 przedstawiono oszacowane oceny parametrów modelu przestrzenno-czasowego, określonego równaniem (6). Również analiza wyników zawartych w tabeli 3 wskazuje na dodatni wpływ przyjętych determinant na sytuację społeczno-ekonomiczną regionów. Tak jak w podejściu przestrzennym, udało się opisać główną tendencję przestrzenną stopy bezrobocia w postaci przestrzenno-czasowego trendu liniowego. Znaki para-



metrów przy współrzędnych geograficznych środków ciężkości powiatów (*b* i *c*), analogiczne jak w modelach przestrzennych, świadczyły o zmniejszaniu się stopy bezrobocia na północ i wzroście na wschód w całym badanym okresie. Również model przestrzenno-czasowy potwierdził występowanie zależności przestrzennych pomiędzy powiatami, które utrwalają niekorzystną strukturę przestrzenną bezrobocia. O silnych dodatnich zależnościach przestrzennych świadczy wysoka ocena parametru autoregresji przestrzennej na poziomie 0,67.

## PORÓWNANIE MODELI

Po wykonaniu estymacji modeli, sprawdzona została ich jakość statystyczna. W tym celu obliczono odpowiednie charakterystyki. Dla każdego z modeli wyznaczone zostały wartości współczynnika determinacji pseudo  $R^2$ , świadczące o dopasowaniu modelu do danych empirycznych oraz wartość globalnej statystyki Morana *I* wskazującej na dodatnią, przestrzenną autokorelację reszt modelu. Wartości wymienionych charakterystyk zostały przedstawione w tabeli 4. Wszystkie modele charakteryzują się zadowalającym dopasowaniem do danych empirycznych. Również dla wszystkich modeli wyznaczone statystyki testu nie pozwalają na stwierdzenie statystycznej istotności przestrzennej autokorelacji reszt, co świadczy o ich poprawności.

**Tabela 4. Własności modeli przestrzennych i przestrzenno-czasowego dla stopy bezrobocia w powiatach Polski w latach 2004-2009**

Własności modeli	Modele przestrzenne						Model przestrzenno-czasowy
	2004	2005	2006	2007	2008	2009	
<i>pseudo R<sup>2</sup></i>	0,640	0,630	0,600	0,570	0,550	0,536	0,683
Statystyka <i>I</i>	0,032	0,028	0,036	0,013	0,003	0,004	0,012
<i>p</i> -value	0,157	0,185	0,128	0,320	0,509	0,439	0,195

Źródło: obliczenia własne w programie R-CRAN.

W obydwu podejściach, otrzymane modele dla stopy bezrobocia miały podobną strukturę wewnętrzną, przestrzenny trend liniowy, autoregresję przestrzenną oraz dwa procesy objaśniające. W związku z tym możliwa jest próba porównania modeli z obydwu podejść. Ponieważ w podejściu

przestrzennym wszystkie oceny parametrów oprócz ocen parametru autoregresji zmieniały się dla poszczególnych lat, porównano wartości ocen parametrów modelu przestrzenno-czasowego ze średnimi wartościami odpowiednich ocen parametrów modeli przestrzennych. Wyniki porównania zamieszczone zostały w tabeli 5.

**Tabela 5. Porównanie wartości ocen parametrów modelu przestrzenno-czasowego ze średnimi wartościami ocen parametrów modeli przestrzennych**

Parametr	Modele przestrzenne (średnia z ocen parametru)	Model przestrzenno-czasowy (ocena parametru)
$b$	0,51	0,52
$c$	-0,56	-0,56
$a$	-0,85	-0,69
$\beta$	-0,62	-0,64
$\rho$	0,64	0,67

Źródło: obliczenia własne w programie R-CRAN.

W przypadku estymacji modelu przestrzenno-czasowego, uzyskana ocena parametru stanowi uśredniony wynik dla całego badanego okresu. W zależności od kształtowania się parametrów modeli przestrzennych w kolejnych latach ocena parametru modelu przestrzenno-czasowego może się różnić od średniej z ocen modeli przestrzennych. W przeprowadzonej analizie cztery spośród parametrów  $b$ ,  $c$ ,  $\beta$ ,  $\rho$  przyjęły wartości bliskie średnim wartościom odpowiednich parametrów modeli przestrzennych. Były to parametry przestrzennego trendu liniowego ( $b$  i  $c$ ), parametr strukturalny procesu  $X_2$ , liczby podmiotów gospodarczych na 10 000 mieszkańców oraz parametr autoregresji  $\rho$ . Można powiedzieć, że trend czasowo-przestrzenny uśrednił nachylenie trendów przestrzennych z modeli przestrzennych. W przypadku procesu  $X_1$  nakładów inwestycyjnych przedsiębiorstw przypadających na mieszkańca ocena parametru odbiegała od wartości średniej z ocen parametrów modeli przestrzennych, co wynika z ich dużej zmienności w czasie. Przeprowadzone porównanie pozwoliło na stwierdzenie faktu, że w przypadku stopy bezrobocia w analizowanym okresie model przestrzenno-czasowy był zbyt dużym uproszczeniem rzeczywistości i nie uchwycił istotnych zmian zachodzących w stopie bezrobocia.

Drugi krok analizy porównawczej dotyczył trendów przestrzennych. W obydwu podejściach przy estymacji parametrów otrzymano trendy

pierwszego stopnia. Oznacza to, że w poszczególnych latach główna tendencja przestrzenna stopy bezrobocia przyjęła postać płaszczyzny. W modelach przestrzennych płaszczyzna trendu mogła zmieniać na przestrzeni lat zarówno swoje nachylenie, jak i odległość od początku układu współrzędnych. Postać analityczna modelu przestrzenno-czasowego narzuciła natomiast stałe w czasie nachylenie płaszczyzny trendu, różnice mogły zachodzić jedynie w przesunięciu płaszczyzny względem początku układu współrzędnych. W tabeli 6 porównano parametry płaszczyzny trendu liniowego otrzymane w podejściu przestrzennym dla kolejnych lat ze współczynnikami wyprowadzonymi z modelu przestrzenno-czasowego.

**Tabela 6. Porównanie wartości ocen parametrów wyznaczających płaszczyzny trendów dla kolejnych lat 2004-2006 w modelach przestrzennych i modelu przestrzenno-czasowym**

Parametr	Model	2004	2005	2006	2007	2008	2009
$stała^3$	przestrzenny	16,51	15,69	13,90	11,42	9,86	12,30
	przestrzenno-czasowy	13,79	13,40	13,01	12,62	12,23	11,84
$b$	przestrzenny	0,61	0,58	0,48	0,42	0,41	0,52
	przestrzenno-czasowy	0,52	0,52	0,52	0,52	0,52	0,52
$c$	przestrzenny	-0,84	-0,73	-0,62	-0,43	-0,30	-0,45
	przestrzenno-czasowy	-0,56	-0,56	-0,56	-0,56	-0,56	-0,56

Źródło: opracowanie własne.

W tabelicy 6 przedstawiono otrzymane oceny stałej oraz parametrów  $b$  i  $c$  dla modeli przestrzennych i modelu przestrzenno-czasowego. Analiza wyników zawartych w tabeli 6, pokazuje, że nachylenie płaszczyzny trendu w modelu przestrzenno-czasowym było na poziomie średnim nachyleń w modelach przestrzennych dla kolejnych lat. Wartość stałej w modelu przestrzenno-czasowym malała liniowo w czasie o wartość parametru  $d$  równego 0,39. Wartości stałej w modelach przestrzennych malały w latach 2004-2008. Natomiast w roku 2009 nastąpiła zmiana, bowiem wartość stałej wzrosła.

<sup>3</sup> Stała w przypadku modeli przestrzennych wyznaczona została przez parametr  $a$ . Natomiast w modelu przestrzenno-czasowym stała obliczana jest dla kolejnych lat w oparciu o składnik  $a+dt$ .

## ZAKOŃCZENIE

W artykule zaprezentowano przestrzenną analizę stopy bezrobocia w Polsce w latach 2004-2009 w układzie powiatów. Zaprezentowane zostały dwa podejścia. W podejściu pierwszym, przestrzennym oszacowano modele SAR dla stopy bezrobocia dla kolejnych lat. Następnie w ramach podejścia przestrzenno-czasowego rozszerzono analizę o wymiar czasowy, gdzie dokonano estymacji modelu przestrzenno-czasowego w latach 2004-2009. W podejściu przestrzennym do pomiaru zależności przestrzennych wykorzystano macierz sąsiedztwa opartą na zasadzie wspólnej granicy powiatów. Ponadto za pomocą trendu przestrzennego scharakteryzowano globalną tendencję przestrzenną tego zjawiska. We wszystkich modelach założono liniowy trend przestrzenny. Założono również ekonomiczne zależności pomiędzy stopą bezrobocia a procesami przestrzennymi przyjętymi za determinanty, w postaci nakładów inwestycyjnych przedsiębiorstw przypadających na mieszkańca oraz liczby podmiotów gospodarczych na 10 000 mieszkańców.

Estymacja modeli stopy bezrobocia pozwoliła na weryfikację dwóch założonych w artykule hipotez badawczych. Stwierdzono istotną zależność stopy bezrobocia od nakładów inwestycyjnych przedsiębiorstw oraz liczby podmiotów gospodarczych w regionie oraz stabilne w czasie zależności przestrzenne dla zjawiska bezrobocia. Wszystkie oszacowane modele cechowały dobre własności statystyczne oraz ekonomiczna interpretowalność parametrów.

Analiza porównawcza oszacowanych modeli przestrzennych oraz modelu przestrzenno-czasowego pozwoliła na wyciągnięcie następujących wniosków. Model przestrzenno-czasowy, ze względu na założenie o niezmienności parametrów w czasie, stanowił zbyt duże uproszczenie rzeczywistości. Kolejne modele przestrzenne opisują znacznie dokładniej mechanizmy rządzące zjawiskiem bezrobocia dla kolejnych lat, jednak nie pozwalają na jego prognozowanie w czasie, tak istotne ze społeczno-ekonomicznego punktu widzenia. W przypadku zaobserwowanych, zmieniających się ocen parametrów w czasie dla modeli przestrzennych, szacowany model przestrzenno-czasowy stanowi punkt wyjścia do poszukiwań innego rozwiązania. Lepszym podejściem do przestrzenno-czasowego modelowania stopy bezrobocia może okazać się wprowadzenie zmiennych w czasie parametrów modelu. Po analizie wyników zawartych w tabeli 2 szczególnie atrakcyjne wydają się modele z parametrami zmieniającymi się liniowo względem czasu.

## LITERATURA

- Anselin I. (1988), *Spatial econometric: Methods and Models*, Kluwer Academic Press, Boston.
- Arbia J. (2006), *Spatial econometrics. Statistical Foundation and Application to Regional Convergence*, Springer, Berlin.
- Le Sage J.P., Pace R.P. (2009), *Introduction to Spatial Econometrics*, CRC Press, London.
- Suchecky B. (2010), *Ekonometria przestrzenna. Metody i modele analizy danych przestrzennych*, C.H. Beck Wydawnictwo Polska, Warszawa.
- Szulc E. (2007), *Ekonometryczna analiza wielowymiarowych procesów gospodarczych*, Wydawnictwo UMK, Toruń.
- Zeliaś A. (1991), *Ekonometria przestrzenna*, PWE, Warszawa.

