

Małgorzata Madrak-Grochowska, Mirosława Żurek
Uniwersytet Mikołaja Kopernika w Toruniu

TESTOWANIE PRZYCZYNOWOŚCI W WARIANCJI MIĘDZY WYBRANYMI INDEKSAMI RYNKÓW AKCJI NA ŚWIECIE

Klasyfikacja JEL: C58

Słowa kluczowe: *przyczynowość w wariancji, test Cheunga i Nga, model GARCH*

Abstrakt: Głównym celem niniejszego opracowania jest określenie charakteru relacji pomiędzy wybranymi indeksami rynków akcji na świecie (tj. indeksami ATX, DAX, NASDAQ, NIKKEI, FTSE oraz WIG20), ze szczególnym uwzględnieniem zależności przyczynowych dotyczących wariancji. Z uwagi na charakterystyczne własności analizowanych zmiennych finansowych (tj. dziennych kursów zamknięcia badanych indeksów giełdowych) takie, jak: skupianie się zmienności, zmienność wariancji warunkowej, grube ogony i leptokurtoza, do badania powiązań między wybranymi rynkami kapitałowymi zastosowano modele GARCH oraz metodę opartą na współczynniku korelacji wzajemnej między odpowiednio przefiltrowanymi szeregami czasowymi, tj. test Cheunga i Nga.

Pierwsza część opracowania zawiera krótki wstęp teoretyczny dotyczący postaci modelu GARCH jak i opis testu Cheunga i Nga. W kolejnym etapie przeprowadzono charakterystykę analizowanych szeregów czasowych, m.in. zweryfikowano występowanie w nich efektu ARCH. Ostatnia i najobszerniejsza część empiryczna zawiera wyniki przeprowadzonych testów dla poszczególnych kombinacji trzech poziomów istotności: $\alpha = 0,1$, $\alpha = 0,05$ i $\alpha = 0,01$ oraz dla odstępów czasowych: $m = 1$, $m = 3$ i $m = 5$.

Na podstawie dokonanych badań udało się wykazać, iż wybrane rynki kapitałowe na świecie są ze sobą silnie powiązane, a zmienność jednego szeregu finansowego ma wpływ na zmienność innych, co może być tłumaczone coraz większą integracją i liberalizacją rynków finansowych, globalizacją oraz postępem techno-

logicznym w przepływie informacji. Wyniki prezentowanych w opracowaniu testów wskazały, iż spośród analizowanych indeksów rynków akcji największe oddziaływanie na światowe rynki ma indeks NASDAQ, a najmniejsze indeksy DAX, FTSE i WIG20. Dodatkowo przeprowadzone testy pokazały, że najbardziej podatnym na wpływy zagraniczne jest indeks NIKKEI, a najbardziej niezależnym jest indeks NASDAQ.

TESTING FOR CAUSALITY IN VARIANCE FOR WORLD STOCK EXCHANGE INDEXES

JEL Classification Codes: C58

Keywords: *causality in variance, Cheung-Ng test, GARCH model*

Abstract: The main aim of this study was to determine the nature of the relations between selected stock exchange indexes in the world (ATX, DAX, NASDAQ, NIKKEI, FTSE and WIG20), with special emphasis on the causality in variance. Due to the characteristics of financial variables (the daily closing rates of analyzed indexes) such as: focusing on volatility, volatility of the conditional variance, skew and leptokurtic, GARCH models and Cheung-Ng test were used to study the relations between selected capital markets.

First part of the paper contains a brief theoretical introduction about GARCH model and the description of the Cheung-Ng test. In the next part were the analyzed time series described, including the testing for ARCH effect. The last and the most comprehensive empirical part contains the results of tests for different combinations of three levels of significance: $\alpha = 0.1$, $\alpha = 0.05$ and $\alpha = 0.01$ and for time intervals: $m = 1$, $m = 3$ and $m = 5$.

The results of analysis demonstrate that selected world's capital markets are strongly linked with each other, and the volatility of one financial series has an impact on others. It may be explained by the increasing integration and liberalization of financial markets, globalization and technological advances in information flow. The results of Cheung-Ng test indicated that among the analyzed indexes of stock markets the greatest impact on the world markets has the NASDAQ index and the lowest – DAX, FTSE and WIG20. In addition, tests showed that the most vulnerable to foreign influence is the NIKKEI index, and the most independent – NASDAQ.

WPROWADZENIE

Stosowane w ekonometrii finansowej dla wyjaśnienia zależności przyczynowo-skutkowych modele ARMA i regresji okazują się przydatne w szczególności dla danych rozpatrywanych w dłuższym horyzoncie czasowym, tj. w horyzoncie miesięcznym, kwartalnym oraz rocznym. W przypadku okresów krótszych, takich jak tydzień czy dzień, możliwości tych modeli okazują się jednak niewystarczające. Typowym bowiem zjawiskiem cechującym dane dzienne dotyczące instrumentów finansowych jest bardzo wysoki poziom ich zmienności. Przyczyny przejawiają się tutaj poprzez impulsy, których oddziaływanie może być zarówno długie jak i krótkie. Dodatkowo zmiany wariancji mają tendencję do skupiania się w kolejnych jednostkach czasu, co pociąga za sobą przyjęcie założenia o zmiennej wariancji warunkowej, która pozwala na bardziej precyzyjne przewidywanie zmienności z okresu t na okres $t+1$. Modelami uwzględniającymi zmienność wariancji warunkowej są modele ARCH, GARCH, jak i liczne ich odmiany.

Celem niniejszego opracowania jest sprawdzenie zależności przyczynowych w wariancji pomiędzy wybranymi indeksami rynków akcji na świecie za pomocą testu Cheunga i Nga¹, który opiera się na zestandaryzowanych kwadratach reszt modeli GARCH(1,1). Na potrzeby analizy szeregi czasowe dotyczące dziennych kursów zamknięcia poszczególnych indeksów giełdowych zostały zlogarytmizowane i przekształcone tak, by otrzymać dzienne przyrosty ich wartości.

Pierwsza część opracowania zawiera krótki wstęp teoretyczny dotyczący postaci modelu GARCH jak i opis testu Cheunga i Nga. W kolejnym etapie przeprowadzono charakterystykę analizowanych szeregów, m.in. zweryfikowano występowanie w nich efektu ARCH. Ostatnia i najobszerniejsza część empiryczna zawiera wyniki przeprowadzonych testów dla poszczególnych kombinacji trzech poziomów istotności: $\alpha = 0,1$, $\alpha = 0,05$ i $\alpha = 0,01$ oraz dla odstępów czasowych: $m = 1$, $m = 3$ i $m = 5$. Ze względu na szybką reakcję rynków kapitałowych na zmieniające się warunki, rozważane odstępy czasu nie mogą być zbyt duże, stąd taki ich wybór do badania. Dodatkowo, w celu uprawdopodobnienia otrzymanych wyników oszacowano modele VAR dla poszczególnych kombinacji kursów zamknięcia analizowanych indeksów giełdowych i za pomocą testu Grangera zweryfikowano zależności przyczynowe pomiędzy badanymi procesami. W zakończeniu artykułu zaprezentowano w sposób syntetyczny najważ-

¹ Szerzej na temat procedury przeprowadzania testu Cheunga i Nga zob. Osińska 2008, s. 165-167 oraz w dalszej części niniejszego opracowania.

niejsze wnioski z testowania przyczynowości w wariancji między analizowanymi indeksami rynków akcji na świecie.

MODEL GARCH

Model GARCH (ang. *Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity Model*) wprowadzony w 1986 roku stanowi uogólniony model ARCH (zob. Osińska 2006a, s. 81). Niech:

$$y_t = x_t' \xi + \varepsilon_t, \quad t = 1, 2, \dots, T,$$

gdzie:

x_t – wektor zmiennych objaśniających,

ξ – wektor parametrów.

Wówczas model GARCH (p,q) określa się jako (zob. Fiszeder 2001a, s. 221-222):

$$\varepsilon_t | \psi_{t-1} \sim N(0, h_t),$$

gdzie:

$$h_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{i=1}^p \beta_i h_{t-i}$$

przy założeniu nieujemnej wartości wszystkich estymowanych parametrów.

TEST CHEUNGA I NGA

Zaproponowany przez Cheunga i Nga (1996) test na określenie przyczynowości w wariancji oparty jest na definicji przyczynowości Grangera i metodzie testowania Pierce'a i Haugha. Założenia testu są następujące (zob. Osińska 2008, s. 166-167):

1. Wprowadzając następujące oznaczenia:

v_t, ξ_t – procesy białoszumowe $\sim N(0,1)$,

$\varphi(L), \psi(L)$ – wielomianowe operatory autoregresyjne modelu warunkowej średniej,

h_X, h_Y – warunkowe wariancje szeregów czasowych X_t, Y_t
 reprezentację dwóch szeregów czasowych X_t, Y_t zapisać można jako:

$$\begin{aligned} X_t &= \varphi_0 + \varphi(L)X_t + \sqrt{h_{X_t}} v_t, \\ Y_t &= \psi_0 + \psi(L)Y_t + \sqrt{h_{Y_t}} \zeta_t. \end{aligned}$$

2. Niech:

$$\begin{aligned} h_{X_t} &= \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \beta_1 h_{X_{t-1}}, \\ h_{Y_t} &= \gamma_0 + \gamma_1 \xi_{t-1}^2 + \delta_1 h_{Y_{t-1}} \end{aligned}$$

będzie reprezentacją wariancji warunkowych GARCH(1,1), gdzie:
 $\varepsilon_t = \sqrt{h_{X_t}} v_t$ i $\xi_t = \sqrt{h_{Y_t}} \zeta_t$ są ze sobą skorelowane liniowo przy pomocy współczynnika korelacji ρ_{XY} .

3. Wówczas współczynnik korelacji wzajemnej dla odstępu m dany jest jako:

$$\rho(m) = \frac{E(U_{t-m}, V_t)}{\sqrt{E(U_t^2)E(V_t^2)}},$$

gdzie $U_t = v_t^2$ i $V_t = \zeta_t^2$ są kwadratami standaryzowanych reszt.

4. Odpowiednie hipotezy zerowe podlegające testowaniu mają postać:

$H_0 : \rho(m) = 0$ – X_t nie jest przyczyną w wariancji dla Y_t (dla $m > 0$),

$H_0 : \rho(m) = 0$ – Y_t nie jest przyczyną w wariancji dla X_t (dla $m < 0$).

5. Zaś postać samego testu Cheunga i Nga jest następująca:

$$ChN = T \sum_{i=1}^m \hat{\rho}(i)^2,$$

gdzie:

T – liczebność próby.

Statystyka ChN jest zbieżna do rozkładu chi-kwadrat o m stopniach swobody $\chi^2(m)$.

CHARAKTERYSTYKA ANALIZOWANYCH SZEREGÓW CZASOWYCH

W celu przeprowadzenia analizy zależności przyczynowych w wariancji pomiędzy wybranymi indeksami rynków akcji na świecie, zgromadzono dane na temat kursów zamknięcia indeksów ATX, DAX, NASDAQ, NIKKEI, FTSE i WIG20 z okresu od 5 stycznia 2009 roku do 31 grudnia 2010 roku. „Surowe” dane pochodziły z serwisu <http://stooq.com>, a następnie, na potrzeby badania, zostały przekształcone tak, by otrzymać logarytmiczne zmiany dziennych wartości indeksów. Dalsze niezbędne operacje oraz obliczenia zostały przeprowadzone w przeważającej większości w programie GRET (estymacja modeli), jak i w pakiecie MS Excel (wartości statystyki Cheunga i Nga), chyba, że w opracowaniu zostało zaznaczone inaczej. Statystyki opisowe analizowanych szeregów zawarto w tabeli 1.

Tabela 1. Statystyki opisowe analizowanych szeregów czasowych dla próby 05.01.2009-31.12.2010

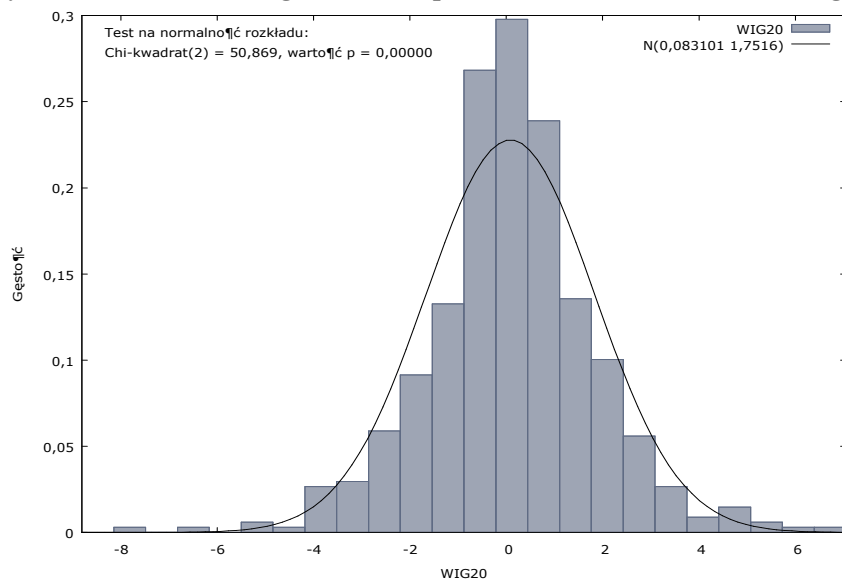
Zmienna	Średnia	Mediana	Min	Max	Odchylenie standardowe	Skośność	Kurtoza
ATX	0,094	0,051	-9,011	8,418	1,882	-0,317	2,021
DAX	0,074	0,132	-5,233	5,895	1,476	-0,059	1,731
NASDAQ	0,106	0,134	-4,290	6,827	1,456	0,066	2,257
NIKKEI	0,035	0,081	-5,045	5,026	1,448	-0,082	0,772
FTSE	0,056	0,086	-5,482	5,032	1,269	-0,113	2,146
WIG20	0,083	0,021	-7,821	6,723	1,752	-0,006	1,820

Źródło: opracowanie własne.

W przypadku wszystkich analizowanych szeregów czasowych zaobserwowano silniejsze skupianie się danych wokół wartości średniej (podwyż-

szona kurtoza) jak i wyższe niż w rozkładzie normalnym słupki dotyczące liczebności wartości skrajnych. Zjawisko to jest charakterystyczne dla efektu ARCH. Celem lepszego zaprezentowania tego zjawiska na rysunku 1 przedstawiono rozkład zlogarytmizowanych przyrostów dziennych wartości indeksu WIG20 w porównaniu do rozkładu normalnego.

Rysunek 1. Rozkład szeregu WIG20 w porównaniu do rozkładu normalnego



Źródło: opracowanie własne.

Test Engle'a na obecność efektu ARCH (por. Osińska 2006a, s. 83) dla analizowanych procesów przeprowadzono w oparciu o modele AR-MA(1,1). We wszystkich przypadkach hipotezę zerową tego testu (tj. hipotezę zakładającą, iż efekt ARCH nie występuje) należało odrzucić. Szczegółowe wyniki testów zaprezentowano w tabeli 2.

Tabela 2. Wyniki testu Engle'a na obecność efektu ARCH w analizowanych procesach

Proces / Zmienna	Statystyka LM	Wartość p
ATX	19,3983	0,0016
DAX	47,4300	0,0000
NASDAQ	44,1178	0,0000
NIKKEI	44,7151	0,0000
FTSE	36,3316	0,0000
WIG20	20,1156	0,0012

Źródło: opracowanie własne.

Ponieważ testowanie efektów ARCH i GARCH jest ekwiwalentne (Osińska 2006a, s. 82), w analizowanych przypadkach (zgodnie z przeprowadzoną wstępną analizą szeregów czasowych) wskazane jest zastosowanie modeli zmienności wariancji warunkowej, tj. modeli GARCH.

TESTOWANIE PRZYCZYNOWOŚCI W WARIANCJI

Dla każdego rozważanego szeregu czasowego oszacowano model GARCH(1,1), a następnie obliczono kwadraty zestandaryzowanych reszt modelu. W kolejnym kroku zastosowano test Cheunga i Nga do zbadania zależności przyczynowych w wariancji pomiędzy poszczególnymi parami indeksów giełdowych.

Na początku zbadano przyczynowość w wariancji pomiędzy głównymi indeksami Wiedeńskiej i Frankfurckiej Giełdy Papierów Wartościowych. Na podstawie przeprowadzonego testu nie można było odrzucić hipotezy zerowej o braku przyczynowości w wariancji indeksu DAX na ATX dla każdego z rozważanych poziomów istotności α oraz dla każdego z badanych odstępów m . Jednakże hipotezę zerową udało się odrzucić w przypadku wpływu indeksu ATX na DAX dla $\alpha = 0,1$ dla odstępów $m = 3$ oraz $m = 5$, co oznacza, że indeks ATX jest przyczyną w wariancji dla indeksu DAX (patrz tabela 3). Prawidłowość ta jest jak najbardziej uzasadniona, gdyż giełda w Wiedniu wraz z giełdami w Pradze, Budapeszcie i Lublanie stanowi największą grupę giełdową w Europie Środkowo-Wschodniej.

Tabela 3. Testowanie przyczynowości w wariancji pomiędzy indeksami ATX i DAX

Poziom istotności	ATX na DAX			DAX na ATX		
	$m=1$ ChN1=0,691 4	$m=3$ ChN3=7,352 4	$m=5$ ChN5=8,856 4	$m=1$ ChN1=2,432 3	$m=3$ ChN3=2,527 4	$m=5$ ChN5=3,2257
$\alpha = 0,1$	2,7055	6,2514	9,2364	2,7055	6,2514	9,2364
$\alpha = 0,05$	3,8415	7,8147	11,0705	3,8415	7,8147	11,0705
$\alpha = 0,01$	6,6349	11,3449	15,0863	6,6349	11,3449	15,0863

Źródło: obliczenia własne.

Następnie testowano przyczynowość w wariancji pomiędzy indeksami ATX oraz NASDAQ. Zgodnie z oczekiwaniami, wyniki testu Cheunga i Nga przy prawie wszystkich rozważanych poziomach istotności α oraz prawie wszystkich analizowanych odstępach m (wyjątek stanowi kombinacja $\alpha = 0,01$ i odstęp $m = 3$) umożliwiły odrzucenie hipotezy zerowej na rzecz alternatywnej głoszącej, że indeks NASDAQ jest przyczyną w wariancji dla indeksu ATX oraz nie pozwoliły odrzucić hipotezy zerowej mówiącej, że indeks ATX nie jest przyczyną w wariancji dla indeksu NASDAQ (patrz tabela 4). Zaobserwowany kierunek zależności przyczynowej wydaje się być zgodny z rzeczywistością, gdyż pozagiełdowy, regulowany rynek akcji w Stanach Zjednoczonych jest liderem w skali światowej, zaś giełda w Wiedniu – tylko w środkowo-wschodniej części Europy.

Tabela 4. Testowanie przyczynowości w wariancji pomiędzy indeksami ATX i NASDAQ

Poziom istotności	ATX na NASDAQ			NASDAQ na ATX		
	$m=1$ ChN1=0,144 5	$m=3$ ChN3=1,852 2	$m=5$ ChN5=2,607 4	$m=1$ ChN1=8,136 7	$m=3$ ChN3=8,787 6	$m=5$ ChN5=16,4906
$\alpha = 0,1$	2,7055	6,2514	9,2364	2,7055	6,2514	9,2364
$\alpha = 0,05$	3,8415	7,8147	11,0705	3,8415	7,8147	11,0705
$\alpha = 0,01$	6,6349	11,3449	15,0863	6,6349	11,3449	15,0863

Źródło: obliczenia własne.

W kolejnym kroku analizie poddano związki przyczynowe między indeksami ATX oraz NIKKEI. Wyniki testu Cheunga i Nga jednoznacznie wskazały, iż indeks ATX jest przyczyną w wariancji dla indeksu NIKKEI

i to przy każdym badanym poziomie istotności α oraz dla każdego analizowanego odstępu m (patrz tabela 5).

Tabela 5. Testowanie przyczynowości w wariancji pomiędzy indeksami ATX i NIKKEI

	ATX na NIKKEI			NIKKEI na ATX		
	$m=1$ ChN1=15,4 852	$m=3$ ChN3=16,2 455	$m=5$ ChN5=16,3 084	$m=1$ ChN1=3,82 72	$m=3$ ChN3=5,48 33	$m=5$ ChN5=11,9 120
Poziom istotności						
$\alpha = 0,1$	2,7055	6,2514	9,2364	2,7055	6,2514	9,2364
$\alpha = 0,05$	3,8415	7,8147	11,0705	3,8415	7,8147	11,0705
$\alpha = 0,01$	6,6349	11,3449	15,0863	6,6349	11,3449	15,0863

Źródło: obliczenia własne.

Jednocześnie test Cheunga i Nga pozwolił na odrzucenie hipotezy zerowej stanowiącej, że indeks NIKKEI nie jest przyczyną w wariancji dla indeksu ATX tylko dla $\alpha = 0,1$ i $m = 1$, dla $\alpha = 0,1$ i $m = 5$ oraz dla $\alpha = 0,05$ i $m = 5$. W tym miejscu warto zauważyć, że od 2007 roku giełda w Wiedniu w sposób aktywny zabiega o pozyskanie inwestorów z „Kraju Kwitnącej Wiśni” poprzez m. in. organizację imprez typu Roadshow², co może tłumaczyć kierunek zaobserwowanych zależności.

Dziwić natomiast może fakt, iż pomiędzy indeksami ATX i FTSE nie obserwuje się praktycznie żadnych zależności przyczynowych w wariancji. W tym przypadku test Cheunga i Nga nie pozwolił dla żadnego analizowanego poziomu istotności α i żadnego odstępu m odrzucić hipotezy zerowej mówiącej o braku przyczynowości w wariancji indeksu FTSE na ATX. Dla relacji odwrotnej, jedynie przy poziomie istotności $\alpha = 0,1$ oraz dla odstępu $m = 3$ indeks ATX jest przyczyną w wariancji dla indeksu FTSE (patrz tabela 6).

² Szerzej na ten temat zob. <http://en.wienerborse.at/about/press/pressrelease/roadshow-tokyo-19022007.html>.

Tabela 6. Testowanie przyczynowości w wariancji pomiędzy indeksami ATX i FTSE

	ATX na FTSE			FTSE na ATX		
	$m=1$ ChN1=0,36 37	$m=3$ ChN3=6,8 061	$m=5$ ChN5=7,19 65	$m=1$ ChN1=1,9 094	$m=3$ ChN3=2,2 858	$m=5$ ChN5=6, 6761
$\alpha = 0,1$	2,7055	6,2514	9,2364	2,7055	6,2514	9,2364
$\alpha = 0,05$	3,8415	7,8147	11,0705	3,8415	7,8147	11,0705
$\alpha = 0,01$	6,6349	11,3449	15,0863	6,6349	11,3449	15,0863

Źródło: obliczenia własne.

Badając wpływy indeksu ATX na inne indeksy giełdowe, przeanalizowano również związki indeksu ATX z indeksem WIG20. Przeprowadzony test Cheunga i Nga wykazał, iż indeks WIG20 jest przyczyną w wariancji dla indeksu ATX, dla wszystkich rozważanych poziomów istotności α i dla wszystkich analizowanych odstępów m . Z kolei ten sam test nie pozwolił na odrzucenie hipotezy zerowej o braku przyczynowości w wariancji indeksu ATX na indeks WIG20 w żadnym z rozważanych przypadków (patrz tabela 7). Ten zaskakujący wynik można tłumaczyć tym, iż poziom kapitalizacji i obrotów giełdy w Wiedniu (rozważanej w oderwaniu od grupy giełdowej Europy Środkowo-Wschodniej, której stanowi część) jest znacznie niższy od Warszawskiej Giełdy Papierów Wartościowych.

Tabela 7. Testowanie przyczynowości w wariancji pomiędzy indeksami ATX i WIG20

	ATX na WIG20			WIG20 na ATX		
	$m=1$ ChN1=0,0 231	$m=3$ ChN3=1,2 866	$m=5$ ChN5=3,9 147	$m=1$ ChN1=25,9 238	$m=3$ ChN3=26,2 624	$m=5$ ChN5=27, 0530
$\alpha = 0,1$	2,7055	6,2514	9,2364	2,7055	6,2514	9,2364
$\alpha = 0,05$	3,8415	7,8147	11,0705	3,8415	7,8147	11,0705
$\alpha = 0,01$	6,6349	11,3449	15,0863	6,6349	11,3449	15,0863

Źródło: obliczenia własne.

Z kolei udało się potwierdzić, poniekąd intuicyjne, zależności przyczynowe pomiędzy indeksami NASDAQ i DAX. Zgodnie z przeprowadzoną

analizę indeks NASDAQ jest przyczyną w wariancji dla indeksu DAX, natomiast dla żadnego z analizowanych poziomów istotności α i odstępów m nie udało się odrzucić hipotezy zerowej stanowiącej, iż indeks DAX nie jest przyczyną w wariancji dla indeksu NASDAQ (patrz tabela 8). Jednostronność zależności przyczynowych może dziwić, zważywszy na fakt, że zarówno rynek amerykański jak i giełda we Frankfurcie są liderami w skali światowej. Jednakże podczas, gdy NASDAQ pod względem kapitalizacji na koniec roku 2009 znajdował się na trzecim miejscu w rankingu światowym, giełda we Frankfurcie nie znalazła się nawet w pierwszej dziesiątce (zob. *2009 Market Highlights*).

Tabela 8. Testowanie przyczynowości w wariancji pomiędzy indeksami DAX i NASDAQ

Poziom istotno- ści	DAX na NASDAQ			NASDAQ na DAX		
	$m=1$ ChN1=0,4 728	$m=3$ ChN3=2,7 711	$m=5$ ChN5=4,6 179	$m=1$ ChN1=4,6 769	$m=3$ ChN3=7,6 947	$m=5$ ChN5=15, 6962
$\alpha = 0,1$	2,7055	6,2514	9,2364	2,7055	6,2514	9,2364
$\alpha = 0,05$	3,8415	7,8147	11,0705	3,8415	7,8147	11,0705
$\alpha = 0,01$	6,6349	11,3449	15,0863	6,6349	11,3449	15,0863

Źródło: obliczenia własne.

Zaskakujące wyniki dało również badanie przyczynowości w wariancji pomiędzy indeksami DAX i NIKKEI. Przeprowadzony test Cheunga i Nga pozwolił bowiem na odrzucenie hipotezy zerowej stanowiącej, że indeks NIKKEI nie jest przyczyną w wariancji dla indeksu DAX tylko dla $m = 1$. Natomiast hipotezę zerową o braku przyczynowości w wariancji indeksu DAX na indeks NIKKEI należało odrzucić we wszystkich rozważanych przypadkach (patrz tabela 9).

Tabela 9. Testowanie przyczynowości w wariancji pomiędzy indeksami DAX i NIKKEI

	DAX na NIKKEI			NIKKEI na DAX		
	$m=1$ ChN1=58, 9754	$m=3$ ChN3=59, 2659	$m=5$ ChN5=60, 4021	$m=1$ ChN1=4, 0492	$m=3$ ChN3=4, 1926	$m=5$ ChN5=6 ,4933
Poziom istotno- ści						
$\alpha = 0,1$	2,7055	6,2514	9,2364	2,7055	6,2514	9,2364
$\alpha = 0,05$	3,8415	7,8147	11,0705	3,8415	7,8147	11,0705
$\alpha = 0,01$	6,6349	11,3449	15,0863	6,6349	11,3449	15,0863

Źródło: obliczenia własne.

W kolejnym kroku zbadano przyczynowość w wariancji pomiędzy głównymi indeksami Frankfurckiej i Londyńskiej Giełdy Papierów Wartościowych. Na podstawie wyników przeprowadzonego testu Cheunga i Nga nie można było odrzucić hipotezy zerowej stanowiącej, iż indeks DAX nie jest przyczyną w wariancji dla indeksu FTSE, ale udało się stwierdzić, że przy poziomie istotności $\alpha = 0,1$ dla odstępów $m = 1$ oraz $m = 3$ indeks FTSE jest przyczyną w wariancji dla indeksu DAX (patrz tabela 10). Zaobserwowany kierunek zależności nie może dziwić, gdyż giełda w Londynie jest zdecydowanie większa od giełdy we Frankfurcie nad Menem, zarówno pod względem kapitalizacji, jak i z punktu widzenia wielkości dziennych obrotów.

Tabela 10. Testowanie przyczynowości w wariancji pomiędzy indeksami DAX i FTSE

	DAX na FTSE			FTSE na DAX		
	$m = 1$ ChN1 = 0,0014	$m = 3$ ChN2 = 2,0730	$m = 5$ ChN3 = 2,8766	$m = 1$ ChN1 = 2,7800	$m = 3$ ChN2 = 6,4786	$m = 5$ ChN3 = 9,1212
$\alpha = 0,1$	2,7055	6,2514	9,2364	2,7055	6,2514	9,2364
$\alpha = 0,05$	3,8415	7,8147	11,0705	3,8415	7,8147	11,0705
$\alpha = 0,01$	6,6349	11,3449	15,0863	6,6349	11,3449	15,0863

Źródło: obliczenia własne.

Następnie testowano przyczynowość w wariancji pomiędzy indeksami DAX oraz WIG20. Zgodnie z oczekiwaniami, wyniki testu Cheunga i Nga przy poziomie istotności $\alpha = 0,1$ dla odstepu $m = 5$ umożliwiły przyjęcie hipotezy alternatywnej głoszącej, że indeks DAX jest przyczyną w wariancji dla indeksu WIG20 oraz nie pozwoliły odrzucić hipotezy zerowej mówiącej, że indeks WIG20 nie jest przyczyną w wariancji dla indeksu DAX (patrz tabela 11). Zaobserwowany kierunek zależności przyczynowej wydaje się być zgodny z rzeczywistością i może być tłumaczony nie tylko znaczną przewagą wielkości Frankfurckiej Giełdy Papierów Wartościowych nad Giełdą Warszawską, ale również faktem istotnego udziału w zagranicznym kapitale obecnym na polskim rynku inwestorów z Frankfurtu nad Menem (por. Fiszeder 2008, s. 317).

Tabela 11. Testowanie przyczynowości w wariancji pomiędzy indeksami DAX i WIG20

	DAX na WIG20			WIG20 na DAX		
	$m = 1$ ChN1 = 0,5565	$m = 3$ ChN2 = 3,0097	$m = 5$ ChN3 = 10,4544	$m = 1$ ChN1 = 0,0053	$m = 3$ ChN2 = 1,8785	$m = 5$ ChN3 = 3,1445
$\alpha = 0,1$	2,7055	6,2514	9,2364	2,7055	6,2514	9,2364
$\alpha = 0,05$	3,8415	7,8147	11,0705	3,8415	7,8147	11,0705
$\alpha = 0,01$	6,6349	11,3449	15,0863	6,6349	11,3449	15,0863

Źródło: obliczenia własne.

W kolejnym kroku analizie poddano związki przyczynowe między indeksami NASDAQ oraz NIKKEI. Wyniki testu Cheunga i Nga jednoznacznie wskazały, iż indeks NASDAQ jest przyczyną w wariancji dla indeksu NIKKEI i to przy każdym badanym poziomie istotności α oraz dla każdego analizowanego odstepu m (patrz tabela 12). Zależność ta może być tłumaczona nie tylko dużym oddziaływaniem pozagiełdowego regulowanego rynku akcji NASDAQ na inne światowe rynki kapitałowe (poprzez kanał całkowicie elektronicznego systemu obrotu papierami wartościowymi na świecie), ale również wynika z faktu istnienia dużej filii rynku akcji NASDAQ w Japonii. Jednocześnie test Cheunga i Nga nie pozwolił na odrzucenie hipotezy zerowej stanowiącej, że indeks NIKKEI nie jest przyczyną w wariancji dla indeksu NASDAQ.

Tabela 12. Testowanie przyczynowości w wariancji pomiędzy indeksami NASDAQ i NIKKEI

	NASDAQ na NIKKEI			NIKKEI na NASDAQ		
	$m = 1$ ChN1 = 65,5443	$m = 3$ ChN2 = 67,5029	$m = 5$ ChN3 = 71,0873	$m = 1$ ChN1 = 0,1137	$m = 3$ ChN2 = 0,1699	$m = 5$ ChN3 = 7,3594
Poziom istotności						
$\alpha = 0,1$	2,7055	6,2514	9,2364	2,7055	6,2514	9,2364
$\alpha = 0,05$	3,8415	7,8147	11,0705	3,8415	7,8147	11,0705
$\alpha = 0,01$	6,6349	11,3449	15,0863	6,6349	11,3449	15,0863

Źródło: Obliczenia własne.

Znaczne oddziaływanie pozagiełdowego regulowanego rynku akcji NASDAQ na inne światowe rynki kapitałowe dało się także zaobserwować przy testowaniu przyczynowości w wariancji pomiędzy indeksami NASDAQ oraz FTSE. W tym przypadku test Cheunga i Nga ponownie wykazał, iż indeks NASDAQ jest przyczyną w wariancji dla indeksu FTSE dla odstępu $m = 1$ przy poziomie istotności $\alpha = 0,1$ oraz dla odstępu $m = 5$ przy każdym badanym poziomie istotności α (patrz tabela 13). Dziwi natomiast fakt, że na podstawie tego testu nie udało się odrzucić hipotezy zerowej stanowiącej, iż indeks FTSE nie jest przyczyną w wariancji dla indeksu NASDAQ.

Tabela 13. Testowanie przyczynowości w wariancji pomiędzy indeksami NASDAQ i FTSE

	NASDAQ na FTSE			FTSE na NASDAQ		
	$m = 1$ ChN1 = 3,4616	$m = 3$ ChN2 = 5,4855	$m = 5$ ChN3 = 15,6624	$m = 1$ ChN1 = 1,1018	$m = 3$ ChN2 = 2,0225	$m = 5$ ChN3 = 5,4044
Poziom istotności						
$\alpha = 0,1$	2,7055	6,2514	9,2364	2,7055	6,2514	9,2364
$\alpha = 0,05$	3,8415	7,8147	11,0705	3,8415	7,8147	11,0705
$\alpha = 0,01$	6,6349	11,3449	15,0863	6,6349	11,3449	15,0863

Źródło: obliczenia własne.

Badając wpływy indeksu NASDAQ na inne indeksy giełdowe, przeanalizowano również związki indeksu NASDAQ z indeksem WIG20. Przeprowadzony test Cheunga i Nga wykazał, iż indeks NASDAQ jest przyczyną w wariancji dla indeksu WIG20, ale tylko przy poziomie istotności $\alpha = 0,1$ dla odstępów $m = 5$ (patrz tabela 14). Ten wydaje się „słaby” wynik można tłumaczyć tym, że wpływ giełdy amerykańskiej na Warszawską Giełdę Papierów Wartościowych rozkłada się na dwa dni, tzn. z jednej strony notowania w Stanach Zjednoczonych kończą się już po zamknięciu sesji w Warszawie i dlatego inwestorzy polscy mogą zareagować na wydarzenia z rynku akcji NASDAQ dopiero następnego dnia, ale z drugiej strony początek notowań amerykańskich przypada jeszcze na końcową część sesji na Warszawskiej Giełdzie Papierów Wartościowych, a zatem część informacji napływających na rynek w Warszawie może być już zdyskontowana dzień wcześniej (por. Fiszeder 2008, s. 315). Z kolei absolutnie zgodny z oczekiwaniami jest wynik testu Cheunga i Nga wskazujący na brak podstaw do odrzucenia hipotezy zerowej stanowiącej, że indeks WIG20 nie jest przyczyną w wariancji dla indeksu NASDAQ.

Tabela 14. Testowanie przyczynowości w wariancji pomiędzy indeksami NASDAQ i WIG20

	NASDAQ na WIG20			WIG20 na NASDAQ		
	$m = 1$ ChN1 = 0,4627	$m = 3$ ChN2 = 1,6621	$m = 5$ ChN3 = 10,1873	$m = 1$ ChN1 = 0,2941	$m = 3$ ChN2 = 1,2176	$m = 5$ ChN3 = 1,5979
$\alpha = 0,1$	2,7055	6,2514	9,2364	2,7055	6,2514	9,2364
$\alpha = 0,05$	3,8415	7,8147	11,0705	3,8415	7,8147	11,0705
$\alpha = 0,01$	6,6349	11,3449	15,0863	6,6349	11,3449	15,0863

Źródło: obliczenia własne.

Interesujące zależności udało się wykryć, badając przyczynowość w wariancji pomiędzy indeksami NIKKEI oraz FTSE. Przeprowadzony test Cheunga i Nga wykazał z jednej strony, iż indeks NIKKEI jest przyczyną w wariancji dla indeksu FTSE dla odstępów $m = 1$ przy poziomach istotności $\alpha = 0,1$ oraz $\alpha = 0,05$, a z drugiej strony pozwolił odrzucić hipotezę zerową stanowiącą, że indeks FTSE nie jest przyczyną dla indeksu NIKKEI dla każdego badanego odstępów m oraz dla wszystkich analizowanych poziomów istotności α (patrz tabela 15). Zaobserwowane wzajemne powiązania dotyczące wariancji między indeksami NIKKEI oraz FTSE wynikają z-

pewne z międzynarodowego charakteru tych giełd, jak również ze znacznych przepływów kapitału zagranicznego między tymi rynkami (por. Fiszeder 2008, s. 317).

Tabela 15. Testowanie przyczynowości w wariancji pomiędzy indeksami NIKKEI i FTSE

	NIKKEI na FTSE			FTSE na NIKKEI		
	$m = 1$ ChN1 = 4,0324	$m = 3$ ChN2 = 4,1148	$m = 5$ ChN3 = 8,5509	$m = 1$ ChN1 = 67,2769	$m = 3$ ChN2 = 67,2803	$m = 5$ ChN3 = 67,8724
Poziom istotności						
$\alpha = 0,1$	2,7055	6,2514	9,2364	2,7055	6,2514	9,2364
$\alpha = 0,05$	3,8415	7,8147	11,0705	3,8415	7,8147	11,0705
$\alpha = 0,01$	6,6349	11,3449	15,0863	6,6349	11,3449	15,0863

Zródło: obliczenia własne.

W kolejnym kroku zbadano przyczynowość w wariancji pomiędzy głównymi indeksami Tokijskiej i Warszawskiej Giełdy Papierów Wartościowych. Na podstawie wyników przeprowadzonego testu Cheunga i Nga nie można było odrzucić hipotezy zerowej stanowiącej, iż indeks NIKKEI nie jest przyczyną w wariancji dla indeksu WIG20, ale udało się stwierdzić (ku zdumieniu autorek pracy), że indeks WIG20 jest przyczyną w wariancji dla indeksu NIKKEI przy poziomie istotności $\alpha = 0,1$ dla wszystkich badanych odstępów m , przy poziomie istotności $\alpha = 0,05$ dla odstępów $m = 1$ i $m = 3$ oraz przy poziomie istotności $\alpha = 0,01$ dla odstępu $m = 1$ (patrz tabela 16). Niestety obserwacja rzeczywistych rynków kapitałowych w Tokio i Warszawie nie pozwala autorkom pracy na znalezienie logicznych argumentów tłumaczących otrzymane w tym przypadku rezultaty testu Cheunga i Nga. Wyniki te należy zatem traktować bardzo ostrożnie.

Tabela 16. Testowanie przyczynowości w wariancji pomiędzy indeksami NIKKEI i WIG20

Poziom istot- ności	NIKKEI na WIG20			WIG20 na NIKKEI		
	$m = 1$ ChN1 = 0,4000	$m = 3$ ChN2 = 1,1335	$m = 5$ ChN3 = 7,2285	$m = 1$ ChN1 = 8,3324	$m = 3$ ChN2 = 9,3718	$m = 5$ ChN3 = 9,4994
$\alpha = 0,1$	2,7055	6,2514	9,2364	2,7055	6,2514	9,2364
$\alpha = 0,05$	3,8415	7,8147	11,0705	3,8415	7,8147	11,0705
$\alpha = 0,01$	6,6349	11,3449	15,0863	6,6349	11,3449	15,0863

Źródło: obliczenia własne.

Zaskakujące wyniki dało również badanie przyczynowości w wariancji pomiędzy indeksami FTSE oraz WIG20. Przeprowadzony test Cheunga i Nga nie pozwolił bowiem na odrzucenie hipotezy zerowej stanowiącej, że indeks FTSE nie jest przyczyną w wariancji dla indeksu WIG20 (patrz tabela 17). Wynik ten dziwi tym bardziej, że ponad 80% zagranicznego kapitału obecnego na polskim rynku stanowi kapitał inwestorów z Londynu (por. Fiszedler 2008, s. 317). Z kolei zgodny z oczekiwaniami i rzeczywistymi obserwacjami rynków kapitałowych okazał się wynik testu Cheunga i Nga wskazujący na brak możliwości odrzucenia hipotezy zerowej stanowiącej, że indeks WIG20 nie jest przyczyną w wariancji dla indeksu FTSE.

Tabela 17. Testowanie przyczynowości w wariancji pomiędzy indeksami FTSE i WIG20

Poziom istot- ności	FTSE na WIG20			WIG20 na FTSE		
	$m = 1$ ChN1 = 0,1666	$m = 3$ ChN2 = 0,9530	$m = 5$ ChN3 = 2,7828	$m = 1$ ChN1 = 0,0184	$m = 3$ ChN2 = 1,0688	$m = 5$ ChN3 = 1,4712
$\alpha = 0,1$	2,7055	6,2514	9,2364	2,7055	6,2514	9,2364
$\alpha = 0,05$	3,8415	7,8147	11,0705	3,8415	7,8147	11,0705
$\alpha = 0,01$	6,6349	11,3449	15,0863	6,6349	11,3449	15,0863

Źródło: obliczenia własne.

W celu uprawdopodobnienia otrzymanych wyników sprawdzono przyczynowość w wartości średniej pomiędzy badanymi indeksami giełdowy-

mi. Założono przy tym, że jeżeli pomiędzy rozważanymi indeksami występuje przyczynowość w wariancji, to powinna ona występować również w wartości średniej. W tym celu dla każdej analizowanej kombinacji dwóch indeksów giełdowych³ zbudowano model VAR. Rząd opóźnień dla wszystkich modeli został ustalony w oparciu o kryterium Schwartz'a (por. Osińska 2006b, s. 294). Szczegóły dotyczące wyboru rzędu opóźnień zaprezentowano w tabeli 18.

Tabela 18. Wybór rzędu opóźnienia dla poszczególnych par zmiennych endogenicznych VAR

	ATX	DAX	NASDAQ	NIKKEI	FTSE	WIG20
ATX		1	2	2	1	1
DAX			2	2	1	1
NASDAQ				2	2	1
NIKKEI					2	2
FTSE						1
WIG20						

Źródło: opracowanie własne.

W estymowanych modelach VAR oprócz zmiennych endogenicznych w postaci poszczególnych par indeksów giełdowych uwzględniono również stałą i trend liniowy. W oparciu o tak oszacowane modele przeprowadzono test przyczynowości Grangera (zob. Osińska 2006b, s. 383) dla wszystkich rozważanych kombinacji indeksów. W tabeli 19 przedstawiono otrzymane w wyniku testu wartości p dla poszczególnych hipotez zerowych. W przypadkach, w których występowanie (niewystępowanie) zależności przyczynowych dla poziomu istotności $\alpha = 0,05$ pokrywało się z występowaniem (niewystępowaniem) zależności przyczynowych w wariancji, wartość p została dla wyróżnienia pogrubiona.

³ Do budowy modelu VAR użyto szeregów nieprzekształconych, czyli kursów zamknięcia na dany dzień poszczególnych indeksów analizowanych giełd światowych.

Tabela 19. Wyniki testu przyczynowości Grangera na podstawie modeli VAR

Hipoteza zerowa	ATX	DAX	NASDAQ	NIKKEI	FTSE	WIG20
ATX nie jest przyczyną dla indeksu X		0,04	0,2742	0	0,2404	0,0035
DAX nie jest przyczyną dla indeksu X	0,84		0,1094	0	0,0999	0,59
NASDAQ nie jest przyczyną dla indeksu X	0	0		0	0,0454	0,722
NIKKEI nie jest przyczyną dla indeksu X	0,5024	0,2736	0,4312		0,7181	0,3524
FTSE nie jest przyczyną dla indeksu X	0,8276	0,3787	0,4866	0		0,5224
WIG20 nie jest przyczyną dla indeksu X	0,3431	0,0929	0,0913	0,0005	0,4165	

Źródło: opracowanie własne (w programie JMulti).

Na podstawie przeprowadzonych testów dla poziomu istotności $\alpha = 0,05$ okazało się, że indeks ATX jest przyczyną dla indeksów DAX, NIKKEI jak i WIG20. Indeks DAX okazał się być tylko przyczyną dla indeksu NIKKEI, zaś zmiany NASDAQ okazały się wpływać na wartości wszystkich rozważanych indeksów za wyjątkiem indeksu WIG20. Najmniejszy wpływ na pozostałe indeksy na podstawie testu Grangera okazały się mieć indeksy NIKKEI, który nie był przyczyną dla żadnego z rozważanych indeksów, oraz FTSE i WIG20, które wpływały tylko na NIKKEI.

Warto przy tym zaznaczyć, że w 21 na 30 rozważanych przypadków decyzja o odrzuceniu hipotezy zerowej o braku przyczynowości lub decyzja o niemożności odrzucenia hipotezy zerowej o braku przyczynowości była w obu testach jednakowa. Oznacza to, że w 70% przypadków, jeśli indeks X był (nie był) przyczyną w wariancji dla indeksu Y, to podobną zależność (jej brak) obserwowano się w przypadku zależności w wartości średniej procesu.

ZAKOŃCZENIE

Głównym celem przeprowadzanych w niniejszej pracy analiz było określenie charakteru relacji pomiędzy wybranymi indeksami rynków akcji na świecie (tj. indeksami ATX, DAX, NASDAQ, NIKKEI, FTSE i WIG20), ze szczególnym uwzględnieniem zależności przyczynowych dotyczących wariancji. „Z uwagi na charakterystyczne własności empirycznych stóp zwrotu takie, jak: skupianie się zmienności, zmienność wariancji warunkowej, grube ogony i leptokurtyczność rozkładów” (Fiszeder 2008, s. 311) do analizy powiązań między wybranymi rynkami kapitałowymi zastosowa-

no modele GARCH oraz metodę opartą na badaniu współczynnika korelacji wzajemnej między odpowiednio przefiltrowanymi szeregami czasowymi (por. Stawicki 1993, s. 112), tj. test Cheunga i Nga.

Na podstawie przeprowadzonych badań udało się wykazać, iż wybrane rynki kapitałowe na świecie są ze sobą silnie powiązane, a zmienność jednego szeregu finansowego ma wpływ na zmienność innych, co może być tłumaczone coraz większą integracją i liberalizacją rynków finansowych, globalizacją oraz postępowaniem technologicznym w przepływie informacji (por. Fiszeder 2001b, s. 346; Osińska 2008, s. 155-156). Co najważniejsze, zaobserwowane występowanie zależności przyczynowych w wariancji oznacza możliwość prognozowania wariancji jednego indeksu na podstawie wariancji innego indeksu giełdowego⁴. Dodatkowo w 70% rozważanych przypadków udało się wykazać zależność, że jeśli indeks X jest (nie jest) przyczyną w wariancji dla indeksu Y , to jest także (nie jest) przyczyną w wartości średniej dla tego indeksu⁵.

Syntetyczne wnioski z testowania przyczynowości w wariancji między wybranymi indeksami rynków akcji na świecie przedstawiono poniżej.

Na podstawie danych zawartych w tabeli 20 można stwierdzić, iż największe oddziaływanie na światowe rynki akcji ma indeks NASDAQ, który okazał się być przyczyną w wariancji dla wszystkich analizowanych indeksów giełdowych (tj. dla indeksów ATX, DAX, NIKKEI, FTSE i WIG20). Z kolei najmniejszy wpływ na badane rynki kapitałowe miały indeksy DAX, FTSE i WIG20.

Najbardziej podatnym na wpływy zagraniczne okazał się indeks NIKKEI, dla którego przyczyną w wariancji były wszystkie analizowane indeksy rynków akcji. Z kolei najbardziej niezależnym indeksem, z punktu widzenia przeprowadzonych testów Cheunga i Nga, okazał się indeks NASDAQ, dla którego nie udało się odrzucić żadnej z hipotez zerowych stanowiących o braku przyczynowości badanego indeksu w wariancji dla indeksu NASDAQ.

W ostatnich słowach należy jeszcze dodać, iż przeprowadzane w niniejszej pracy testy Cheunga i Nga dawały najlepsze rezultaty dla niskich wartości odstępu czasowego przyczyny względem skutku (m) oraz przy poziomie istotności $\alpha = 0,1$.

⁴ Zob. wnioski zawarte w tabelach 3-17 niniejszego opracowania.

⁵ Zob. wnioski zawarte w tabeli 19 niniejszego opracowania.

Tabela 20. Wnioski z testowania przyczynowości w wariancji między wybranymi indeksami rynków akcji na świecie

Przyczynowość w wariancji	ATX	DAX	NASDAQ	NIKKEI	FTSE	WIG20
ATX jest przyczyną w wariancji dla indeksu X		TAK	NIE	TAK	TAK	NIE
DAX jest przyczyną w wariancji dla indeksu X	NIE		NIE	TAK	NIE	TAK
NASDAQ jest przyczyną w wariancji dla indeksu X	TAK	TAK		TAK	TAK	TAK
NIKKEI jest przyczyną w wariancji dla indeksu X	TAK	TAK	NIE		TAK	NIE
FTSE jest przyczyną w wariancji dla indeksu X	NIE	TAK	NIE	TAK		NIE
WIG20 jest przyczyną w wariancji dla indeksu X	TAK	NIE	NIE	TAK	NIE	

Źródło: opracowanie własne.

LITERATURA

- 2009 *Market Highlights* (2010), World Federation of Exchanges.
- Fiszeder P. (2001a), *Jednorównaniowe modele GARCH – analiza procesów zachodzących na GPW w Warszawie*, „Dynamiczne Modele Ekonometryczne”, Materiały na VII Ogólnopolskie Seminarium Naukowe, UMK, Toruń.
- Fiszeder P. (2001b), *Zastosowanie modeli GARCH w analizie krótkookresowych zależności pomiędzy Warszawską Giełdą Papierów Wartościowych a międzynarodowymi rynkami akcji*, „Przegląd Statystyczny”, nr 48.
- Fiszeder P. (2008), *Analiza zależności między indeksem WIG a wybranymi indeksami rynków akcji na świecie*, [w:] Dziawgo D. (red. nauk.), *Współczesne finanse. Stan i perspektywy rozwoju rynku finansowego*, Wydawnictwo Naukowe Uniwersytetu Mikołaja Kopernika, Toruń.
- Osińska M. (2006a), *Ekonometria finansowa*, Polskie Wydawnictwo Ekonomiczne, Warszawa.
- Osińska M. (2006b), *Ekonometria współczesna*, TNOiK, Toruń.

- Osińska M. (2008), *Ekonometryczna analiza zależności przyczynowych*, Wydawnictwo Naukowe Uniwersytetu Mikołaja Kopernika, Toruń.
- Stawicki J. (1993), *Metody filtracji w modelowaniu procesów ekonomicznych*, Wydawnictwo Naukowe Uniwersytetu Mikołaja Kopernika, Toruń.

