

*Agnieszka Kapecka**

ANALIZA PORÓWNAWCZA WYBRANYCH INDEKSÓW
GIEŁDOWYCH RYNKÓW DOJRZAŁYCH
I WSCHODZĄCYCH Z WYKORZYSTANIEM
WYKŁADNIKA HURSTA

Z a r y s t r e ś c i. Artykuł zawiera wyniki badań dotyczących analizy porównawczej występowania długookresowej zależności logarytmicznych stóp zwrotu indeksów giełdowych z podziałem na rynki dojrzałe i wschodzące. Głównym celem badań była fraktalna analiza wybranych indeksów giełdowych, gdzie szczególny nacisk położono na znalezienie zależności poziomu szacowanego wykładnika Hursta od typu i charakteru rynku oraz czynników gospodarczych. W tym celu wykorzystano metodę analizy przeskalowanego zakresu.

S ł o w a k l u c z o w e: wykładnik Hursta, analiza przeskalowanego zakresu, analiza *R/S*, rynki dojrzałe, rynki wschodzące.

K l a s y f i k a c j a J E L: G14, G15, G17.

WSTĘP

Za zasadniczą różnicę między rynkami dojrzałymi a wschodzącymi uważa się poziom życia obywateli, mierzony poziomem PKB na mieszkańca (Łon, 2011). W niniejszym artykule analizie poddano wybrane rynki dojrzałe i wschodzące. Celowo wybrano rynki z różnych kontynentów: Ameryki, Europy i Azji, mając nadzieję na uzyskanie bardziej miarodajnych wyników.

Punktem wyjścia było założenie, że rynki nie są efektywne, lecz mają fraktalną naturę. Mimo tego, że hipoteza efektywności rynku jest powszech-

* Adres do korespondencji: Agnieszka Kapecka, Szkoła Główna Handlowa w Warszawie, Kolegium Analiz Ekonomicznych, Aleja Niepodległości 162, 02-554 Warszawa, e-mail: a.kapecka@gmail.com.

nie zaakceptowana jako obowiązująca teoria wyjaśniająca mechanizmy funkcjonowania rynków finansowych, pod jej adresem sformułowano wiele uwag oraz wątpliwości. Dotyczą one przede wszystkim zbyt mocnych założeń leżących u jej podstaw, które znacznie przekłamują rzeczywiste zachowania rynków. Ocena efektywności rynków nie jest tematem opracowania, niemniej – dla udowodnienia słuszności założenia, że rynki nie są efektywne – warto przytoczyć chociażby badania Grauwe i Grimaldi (2004), którzy analizowali funkcjonowanie rynku przy założeniu, że istnieją dwie grupy inwestorów: inwestorzy wykorzystujący analizę techniczną oraz inwestorzy tacy, którzy podczas podejmowania decyzji inwestycyjnych opierają się wyłącznie na analizie fundamentalnej. Jak pokazały badania, taki podział inwestorów prowadził do spontanicznego powstawania mocnych trendów i krachów, a rynek przestawał zachowywać się w sposób liniowy oraz przybierał charakter systemu nieliniowego, chaotycznego, cechującego się nieprzewidywalnością zdarzeń. Jeśli działało się tak przy założeniu o istnieniu zaledwie dwóch różnych grup inwestorów, to – ponieważ w praktyce inwestorzy są znacznie bardziej zróżnicowani – zmienność rynku może być wręcz nieograniczona (Mandelbrot, Hudson, 2004, s. 79).

Głównym celem opracowania jest pokazanie, że wykładnik Hursta zmienia się w zależności od dojrzałości rynku oraz od sytuacji gospodarczej państw. Nie można bowiem analizować giełdy w oderwaniu od gospodarki. Choć pierwsza hipoteza nie do końca się potwierdziła (a raczej napotkano na trudności w pozyskaniu wystarczającej ilości danych), to zaobserwowano wyraźną zależność wartości wykładnika Hursta od sytuacji gospodarczej państw.

Istnieje wiele narzędzi matematycznych, które skonstruowano w celu analizy procesów wykazujących długookresową zależność danych. Najważniejszym momentem zwrotnym w zakresie przeprowadzania analizy długozasięgowej szeregów czasowych bez wątplenia było opracowanie przez Hursta w 1951 roku (por. Hurst, 1951) metody analizy przeskalowanego zakresu, opartej na zaproponowanym przez niego wykładniku Hursta. W niniejszym opracowaniu do pomiaru wykładnika Hursta postanowiono wykorzystać wspomnianą wyżej metodę, przy czym należy zaznaczyć, iż nie jest ona jedyną metodą szacowania wykładnika Hursta¹.

¹ Wykładnik Hursta może być szacowany za pomocą trzech głównych metod: analizy przeskalowanego zakresu, analizy detrendowanych fluktuacji (DFA) oraz regresji periodogramu (Sánchez Granero, Trinidad Segovia, García Pérez, 2008, s. 5543–5544).

1. WYKŁADNIK HURSTA JAKO MIARA ZMIENNOŚCI WYKRESÓW FUNKCJI

Na początku XX wieku angielski hydrolog Hurst podczas prac przy projekcie budowy zapory na Nilu napotkał na poważny problem związany z kontrolą stanu zbiornika wodnego, który dotyczył konieczności wprowadzenia takiego systemu spuszczenia wody, aby zbiornik nigdy się nie przelewał ani nie opróżniał. Punktem wyjścia analizy była dotycząca ruchów Browna praca Einsteina z 1908 roku (por. Einstein, 1908), w której podany jest wzór na odległość (drogę) R , którą przebywa cząsteczka w czasie T : $R = c\sqrt{T}$, gdzie c oznacza pewną dodatnią stałą. Zależność ta dotyczyła przypadku, kiedy ciąg przyrostów drogi cząsteczki w czasie ma charakter błędzenia przypadkowego, cechującego się niezależnością zmiennych losowych o normalnym rozkładzie (Weron, Weron, 1998, s. 323). W toku blisko czterdziestoletnich badań Hurst doszedł jednak do wniosku, że większość zjawisk naturalnych (np. wylewy rzek, temperatury, opady atmosferyczne, plamy słoneczne) w rzeczywistości nie podlega – jak powszechnie sądzono – błędzeniu przypadkowemu (ani typu gaussowskiego, ani żadnemu innemu), lecz są one opisane procesami z „długotrwałą pamięcią”, nazwanymi później obciążonym błędzeniem przypadkowym (czyli ułamkowymi ruchami Browna), które jest trendem połączonym z szumem (Peters, 1997, s. 64; Mastalerz-Kodzis, 2003, s. 37–38).

Hurst, mierząc wahania poziomu zbiornika wodnego wokół jego średniej w określonym czasie, zauważył, że zakres wahań był zależny od długości okresu pomiaru. W swoich badaniach wykorzystał zależność zaproponowaną przez Einsteina, jednak uogólnił ten wzór dla procesu, którego przyrosty nie mają rozkładu normalnego i są względem siebie zależne. Gdyby szeregi te cechowały się rozkładem normalnym, ich zakres zmieniałby się proporcjonalnie w stosunku do pierwiastka kwadratowego czasu. Zgodnie z jego obserwacjami, tak się nie działo, co skłoniło go do poszukiwania jednolitej miary niezależnej od czasu. W końcu udało mu się opracować wielkość charakteryzującą zmiany poziomu wody, która została nazwana na jego cześć wykładnikiem Hursta (oznaczanym przez H). Wykładnik ten stanowi liczbową charakterystykę zmienności wykresu funkcji. Pozwala on rozróżniać szeregi losowe od szeregów z obciążonym błędzeniem przypadkowym, a także wskazywać znak i stopień skorelowania danych (Mastalerz-Kodzis, 2003, s. 37).

Z uwagi na interesujące własności opartej na wykładniku Hursta analizy przeskalowanego zakresu, stała się ona przedmiotem licznych badań w różnych dziedzinach nauki. Do ekonomii metodę tę wprowadził Mandelbrot

(Mandelbrot, Wallis, 1969; Mandelbrot, 1972) i – choć ujawniono pewne problemy związane z jej wykorzystaniem w zakresie nauk ekonomicznych – nadal cieszy się ona dużym zainteresowaniem.

2. NARZĘDZIA I METODOLOGIA BADAŃ

2.1. DANE

Do analizy wykorzystano miesięczne stopy zwrotu wybranych indeksów giełdowych, pozyskane bezpłatnie ze strony internetowej stooq.pl.

Zakłada się, że ze względu na własności statystyczne w analizie rynku bardziej zasadne jest stosowanie logarytmicznego ujęcia stóp zwrotu, a nie procentowych wielkości zmian cen. Dotyczy to również analizy przeskalowanego zakresu, który jest skumulowanym odchyleniem od średniej. Suma logarytmicznych stóp zwrotu daje wartość stopy skumulowanej, w przeciwieństwie do sumy zmian procentowych. Logarytmiczna stopa zwrotu odpowiada kapitalizacji ciągłej, co jest zgodne z zasadami inwestowania, gdyż po sprzedaży jednych instrumentów środki finansowe można niemal od razu zainwestować w inne instrumenty finansowe (Peters, 1992, s. 32–37; Pasztyła, 2003, s. 18).

W związku z powyższym, przeprowadzając analizę szeregów czasowych należy przekształcić wykres zależności ceny od czasu w wykres podwójnie logarytmiczny, pokazujący zależność logarytmu $(R/S)_n$ od logarytmu liczby obserwacji. W tym celu stosuje się pojęcie logarytmicznej stopy zwrotu, danej następującym wzorem:

$$Y_t = \log \frac{P_{t+1}}{P_t}, \quad (1)$$

gdzie Y_t – logarytmiczna stopa zwrotu w chwili t , P_t – cena papieru wartościowego w chwili t .

W toku badań postanowiono skoncentrować się wyłącznie na wybranych indeksach giełdowych, dzieląc je na dwie grupy, co pokazuje tabela 1.

Do badań wykorzystano następujące programy: MS Excel, który posłużył do obliczenia logarytmicznych stóp zwrotu indeksów giełdowych oraz program Gretl 1.9.12, za pomocą którego szacowano wartości wykładników Hursta.

Tabela 1. Podział danych na dwie grupy indeksów giełdowych wybranych do analizy empirycznej

Rynki dojrzałe	Rynki wschodzące
Dow Jones Industrial Average (USA)	WIG20 (Polska)
S&P500 (USA)	Bovespa (Brazylia)
DAX (Niemcy)	XU100 (Turcja)
Nikkei225 (Japonia)	SENSEX30 (Indie)
Hang Seng (Hong Kong)	Shanghai Composite Index (Chiny)

Źródło: opracowanie własne.

2.2. METODOLOGIA BADAŃ

Według przyjętej przez Hursta koncepcji, miarą siły trendu i poziomu szumu jest zmienność przeskalowanego zakresu wraz ze zmianą odcinka czasu. Dla szeregu n przyrostów analizowanego procesu Hurst opracował metodę nazywaną powszechnie analizą przeskalowanego zakresu $(R/S)_n$, polegającą na obliczaniu stosunku zakresu wahań do odchylenia standardowego szeregu czasowego, zawierającego n obserwacji.

Aby wyznaczyć algorytm wartości $(R/S)_n$ należy wykonać następujące czynności²:

1. Dla ciągu o długości $L: P_1, P_2, \dots, P_L$ należy przekształcić ciąg cen na ciąg logarytmicznych stóp zwrotu dany wzorem (1) dla $t = 1, \dots, L-1$, otrzymując w ten sposób ciąg o długości $N = L-1$.
2. Kolejnym krokiem jest analizowanie ciągu ze względu na różne przyrosty czasu. Szereg czasowy logarytmicznych stóp zwrotu dzieli się w taki sposób, by liczba N miała jak najwięcej dzielników naturalnych, czyli szereg o długości N dzieli się na d kolejnych podokresów A_1, A_2, \dots, A_d o długości n , przy czym: $d \in \mathbf{N}$, $n \in \mathbf{N}$, gdzie $d \cdot n = N$, czyli n jest dzielnikiem liczby N (jeśli N nie ma dzielników, to należy wziąć największą liczbę $N' < N$, która ma dzielniki, odrzucając $N - N'$ początkowych wyrazów szeregu). Każdy element podokresu A_j o długości n dla $j = 1, \dots, d$ należy oznaczyć odpowiednio $N_{k,j}$ dla $k = 1, \dots, n$. Średnia wartość A_j wynosi:

² Algorytm obliczania współczynnika (R/S) napisano na podstawie prac: Peters (1994), Jajuga, Papla (1997), Peters (1997), J. Stawicki, Janiak, Müller-Frączek (1997), Weron, Weron (1998), Mastalerz-Kodzis (2003).

$$e_j = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n N_{k,j}. \quad (2)$$

3. W dalszej kolejności trzeba zdefiniować szereg skumulowanych odchyleń dla $k = 1, \dots, n$ oraz $j = 1, \dots, d$:

$$X_{k,j} = \sum_{t=1}^k (N_{t,j} - e_j). \quad (3)$$

4. Następnie należy określić zakres dla podciągu A_j , będący różnicą między maksymalnym i minimalnym poziomem skumulowanych odchyleń:

$$R_j = \max(X_{k,j}) - \min(X_{k,j}), \quad (4)$$

gdzie $1 \leq k \leq n$, $1 \leq k \leq n$, R – zakres X , $\max(X)$ – maksymalna wartość X , $\min(X)$ – minimalna wartość X .

5. Lokalne odchylenie standardowe dla A_j wynosi:

$$S_j = \left[\frac{1}{n} \sum_{k=1}^n (N_{k,j} - e_j)^2 \right]^{\frac{1}{2}}. \quad (5)$$

Średnią wartość przeskalowanego zasięgu dla A_j o długości n wyznacza się więc za pomocą następującego wzoru:

$$(R/S)_n = \frac{1}{d} \sum_{j=1}^d \frac{R_j}{S_j}. \quad (6)$$

6. W celu dokonania analizy należy obliczyć $(R/S)_n$ dla różnych wartości n będących dzielnikami N .

Wyprowadzenie wzoru na przeskalowany zakres $(R/S)_n$ umożliwiło porównywanie różnych typów szeregów czasowych. Dla tego bezwymiarowego wskaźnika, który powinien rosnąć wraz z upływem czasu, sformułowano poniższą zależność, będącą rozszerzeniem modelu ruchów Browna, zaproponowaną przez Einsteina.

$$(R/S)_n = c \cdot n^H, \quad (7)$$

gdzie (R/S) – przeskalowany zakres, n – liczba obserwacji (w tym przypadku liczba elementów szeregu czasowego), c – pewna dodatnia stała, H – wykładnik Hursta.

Aby obliczyć wykładnik Hursta należy w pierwszej kolejności dla różnych n obliczyć wartość średnią $(R/S)_n$, a następnie przy pomocy zwykłej regresji liniowej wyznaczyć H z równania:

$$\log E(R/S)_n = H \log(n) + \log(c), \quad (8)$$

gdzie $E(R/S)_n$ – wartość oczekiwana przeskalowanego zakresu.

W powyższej relacji wykładnik Hursta można traktować jako współczynnik kierunkowy regresji i estymować metodą najmniejszych kwadratów (Jajuga, Papla, 1997).

Wpływ teraźniejszości na przyszłość można wyrazić za pomocą współczynnika korelacji, narzędzia ściśle związanego z wykładnikiem Hursta³:

$$C = 2^{(2H-1)} - 1, \quad (9)$$

gdzie C – współczynnik korelacji.

Wyróżnić można trzy klasy wielkości wykładnika H : $0 \leq H < 0,5$, $H = 0,5$ oraz $0,5 < H \leq 1$.

Pierwszy przypadek ($0 \leq H < 0,5$) dotyczy szeregów antypersystentnych (ergodycznych). Szereg taki ma tendencję powracania do średniej. Jeżeli w danym okresie wartość szeregu wzrosła, to w kolejnym okresie prawdopodobnie wychyli się w dół i na odwrót. Niska wartość H oznacza, że proces przebywa krótszą drogę niż ma to miejsce w błędzeniu przypadkowym (czyli częściej zmienia kierunek aniżeli ruch Browna w tym samym czasie). Im bliższy 0 jest wykładnik H , tym bardziej ergodyczne staje się zachowanie systemu a szereg charakteryzuje się tym bardziej postrzępioną linią, co wynika z częstego odwracania się trendu. W przypadku szeregów antypersystentnych współczynnik korelacji C ma wartość ujemną i przy $H \rightarrow 0$ współczynnik $C \rightarrow -0,5$. Im niższa jest wartość H , tym więcej szumu obserwuje się w systemie. Przykładowo jeśli otrzyma się wartość $H = 0,2$, to istnieje wówczas 80% prawdopodobieństwa, że w przyszłości rynek zmieni kierunek ruchu, czyli nastąpi odwrócenie trendu (Stawicki, Janiak, Müller-Frączek, 1997, s. 37). Drugi przypadek dotyczy sytuacji, gdy przy $n \rightarrow \infty$ $H = 0,5$, co dotyczy szeregów losowych mających charakter błędzenia przypadkowego, w których występujące kolejno po sobie elementy szeregu są względem siebie niezależne, czyli współczynnik korelacji $C = 0$. Taki szereg jest nieprzewidywalny, teraźniejszość nie ma wpływu na

³ Miara korelacji wyrażona danym wzorem nie jest związana z funkcją autokorelacji (ACF), która zakłada gaussowskie lub zbliżone do nich własności rozkładu i nadaje się przede wszystkim do ustalania zależności krótkoterminowej (Peters, 1997, s. 73).

przyszłość, tak jak i przeszłość nie miała wpływu na teraźniejszość. Przy $H = 0,5$ stała z równania (7) $c = \sqrt{\pi/2}$. Funkcja gęstości prawdopodobieństwa może być krzywą rozkładu normalnego, choć nie musi. Zarówno w przyrodzie, jak i w zjawiskach ekonomicznych wykładnik H zazwyczaj ma wartość różną od 0,5, przy czym procesy występujące w naturze najczęściej mają własność długoterminowej zależności danych.

Szeregi, dla których $0,5 < H \leq 1$, nazywane są szeregami persystentnymi, czyli wzmacniającymi trend. Wiąże się to z występowaniem długoterminowej zależności danych, niemniej wraz z oddalaniem się horyzontu czasowego pamięć o warunkach początkowych słabnie. Przy $H \rightarrow 1$ współczynnik korelacji $C \rightarrow 1$ (czyli do 100%), a więc trend jest coraz silniejszy. Wykładnik H określa prawdopodobieństwo występowania po sobie kolejnych wzrostów bądź spadków cen. Przy $H \rightarrow 1$ obserwuje się coraz więcej następujących po sobie wzrostów lub spadków, a poziom szumu jest coraz mniejszy. Przykładowo, jeśli $H = 0,8$, to istnieje 80% prawdopodobieństwa, że dany trend utrzyma się na rynku również w przyszłości. Fraktalny szereg czasowy nie jest oczywiście czysto deterministyczny, jest raczej formą pośrednią między szeregiem czysto losowym a systemem deterministycznym. Szeregi persystentne są ułamkowymi ruchami Browna, czyli charakteryzują się obciążonym błędzeniem przypadkowym, a siła obciążenia wzrasta przy $H \rightarrow 1$, czyli przy oddalaniu się od wartości 0,5.

Metoda analizy przeskalowanego zakresu niestety nie jest pozbawiona wad. Feder (1988) dowiódł, że dla $H > 0,7$ metoda empiryczna często daje zawyżone wartości, a dla $H < 0,4$ – wartości zaniżone. Przyczyną tej sytuacji jest problem zbyt małej liczby danych (lub raczej zbyt krótkiego zasięgu czasowego). Hurst znał historię zmian poziomu Nilu z okresu kilkuset lat, więc przy tak dużej liczbie n mógł z dość dużą dokładnością obliczać wartość $(R/S)_n$. Niestety przy analizie danych finansowych dość często okazuje się, że nawet dla dużych wartości n liczba podciągow jest zbyt mała, aby uśrednienie wartości R_j/S_j mogło dawać dobre przybliżenie $E(R/S)_n$. Należałoby zatem ograniczyć się do badania krótszych podciągow. Problem polega jednak na tym, że dla małych n nie można sprawdzić, czy dany ciąg składa się z niezależnych zmiennych losowych o jednakowym rozkładzie, co w przypadku posiadania odpowiednio dużej liczby danych robi się z wykorzystaniem asymptotycznego wzoru wyprowadzonego przez Hursta w 1951 roku, będącego rozszerzeniem modelu Einsteina z $T^{0,5}$ na T^H , który ma następującą postać (Weron, Weron, 1998, s. 325):

$$E(R/S)_n = \sqrt{n \frac{\pi}{2}}. \quad (10)$$

Gdy wykładnik H obliczano przy zbyt małym n , to nawet z faktu uzyskania $H \neq 0,5$ nie wynikało, że ciąg nie składa się z niezależnych zmiennych losowych o jednakowym rozkładzie. Należało więc znaleźć wzór bardziej odpowiedni do obliczania $E(R/S)_n$ w przypadku zbyt małej liczby n .

Pierwszy wzór modyfikujący wzór Hursta pod kątem możliwości wykorzystania go dla małej liczby n zaproponowali Anis i Lloyd (1976):

$$E(R/S)_n = \begin{cases} \frac{\Gamma\left(\frac{n-1}{2}\right)}{\sqrt{\pi}\Gamma\left(\frac{n}{2}\right)} \cdot \sum_{k=1}^{n-1} \sqrt{\frac{n-k}{k}} & \text{dla } n \leq 340 \\ \sqrt{n \frac{\pi}{2}} \sum_{k=1}^{n-1} \sqrt{\frac{n-k}{k}} & \text{dla } n > 340 \end{cases}. \quad (11)$$

Wzór (11) okazał się być znacznie lepszym narzędziem do przybliżania średnich wartości $(R/S)_n$ aniżeli wzór Hursta (10). Jednak w przypadku $n \leq 340$ w dalszym ciągu występowały znaczne rozbieżności między wartościami $E(R/S)_n$ obliczonymi za pomocą wzoru Anisa i Lloyda, a średnimi wartościami $(R/S)_n$ obliczonymi za pomocą symulacji komputerowych. Uzyskiwanie wyników obliczeniowych dla dowolnego n zgodnych z wartością oczekiwaną $E(R/S)_n$ dla ciągu niezależnych zmiennych losowych umożliwiło dopiero wprowadzenie przez Petersa w 1994 roku poprawki do powyższego wzoru, co nadało mu ostatecznie następującą postać:

$$E(R/S)_n = \begin{cases} \frac{n - \frac{1}{2}}{n} \frac{\Gamma\left(\frac{n-1}{2}\right)}{\sqrt{\pi}\Gamma\left(\frac{n}{2}\right)} \cdot \sum_{k=1}^{n-1} \sqrt{\frac{n-k}{k}} & \text{dla } n \leq 340 \\ \frac{n - \frac{1}{2}}{n} \sqrt{n \frac{\pi}{2}} \sum_{k=1}^{n-1} \sqrt{\frac{n-k}{k}} & \text{dla } n > 340 \end{cases} \quad (12)$$

Badając zwroty giełdowe przyjmuje się, że jeżeli wartość wykładnika Hursta wyznaczona empirycznie jest wyższa od wartości oczekiwanej (teo-

retycznej) H przynajmniej o $\sqrt{1/N}$, to szereg czasowy cechuje efekt długotrwałej pamięci. Jeśli ciąg składa się z N niezależnych zmiennych losowych o rozkładzie normalnym, to $1/N$ jest bliskie wariancji H (Mastalerz-Kodzis, 2003, s. 112).

Z uwagi na przytoczone problemy związane z wykorzystaniem analizy $(R/S)_n$ do wyznaczania wykładnika Hursta, metodę tę coraz częściej stosuje się głównie do wstępnego badania zależności długozasięgowych. W niniejszym opracowaniu postanowiono ją wykorzystać, gdyż jest ona wygodnym narzędziem badawczym, a ewentualne niewielkie odchylenia uzyskanych wyników szacowania wykładników Hursta nie mają znaczenia z punktu widzenia celu badań empirycznych.

Głównym założeniem badawczym było wykazanie, iż w toku przeprowadzanych testów z podziałem na rynki dojrzałe i wschodzące, dla rynków wschodzących uzyskane zostaną wyższe wartości wykładników Hursta aniżeli dla rynków dojrzałych. Założono, że rynki wschodzące, jako że cechują się silniejszym wzrostem gospodarczym w procentowym ujęciu rocznym powinny wykazywać większe trendy, a więc i wyższe poziomy wykładników Hursta.

Analizę wyników badań sporządzono w następujący sposób:

- cały zakres danych – rynki dojrzałe a rynki wschodzące,
- zakres 01.1993–01.2013 – rynki dojrzałe a rynki wschodzące,
- rynki dojrzałe – zakres 01.1973–01.1993 a zakres 01.1993–01.2013.

Taki podział analizowanych danych miał na celu zbadanie, czy potwierdzi się przypuszczenie, że istnieje powiązanie pomiędzy wartością wykładnika Hursta a aktualną sytuacją gospodarczą na wybranych rynkach.

3. BADANIA

3.1. PREZENTACJA WYNIKÓW BADAŃ

Jak wyżej wspomniano, w artykule za główny cel obrano dokonanie fraktalnej analizy porównawczej miesięcznych stóp zwrotu wybranych indeksów giełdowych z uwzględnieniem dojrzałości analizowanych rynków. Na użytek niniejszego opracowania użycie miesięcznych stóp zwrotu uznano za najbardziej zasadne, gdyż analizowano co najmniej dwudziestoletnie okresy czasu. Zagęszczanie danych poprzez użycie zwrotów dziennych czy tygodniowych nie wniosłoby niczego istotnego pod kątem uzyskanych wyników, gdyż w analizie fraktalnej istotniejszy jest czas, a nie wielkość próby. W pierwszej kolejności porównano wykładniki Hursta szacowane dla całych

okresów notowań indeksów giełdowych z obu typów rynku. Wyniki badań prezentują poniższe tabele.

Tabela 2. Wykładnik Hursta indeksów giełdowych rynków dojrzałych oszacowany dla całego zakresu danych

Indeks giełdowy	Zakres danych	H
Dow Jones Industrial Average	05.1896–01.2013	0,55
S&P500	01.1923–01.2013	0,58
DAX	09.1959–01.2013	0,56
Nikkei225	05.1949–01.2013	0,67
Hang Seng	11.1969–01.2013	0,56

Źródło: opracowanie własne.

Tabela 3. Wykładnik Hursta indeksów giełdowych rynków wschodzących oszacowany dla całego zakresu danych

Indeks giełdowy	Zakres danych	H
WIG20	04.1991–01.2013	0,69
Bovespa	07.1989–01.2013	0,86
XU100	04.1979–01.2013	0,64
SENSEX30	12.1990–01.2013	0,57
Shanghai Composite Index	01.1990–01.2013	0,56

Źródło: opracowanie własne.

Porównano następnie oszacowania wykładników Hursta dla indeksów giełdowych obu typów rynków w tym samym okresie czasu. Jako zakres badań przyjęto ostatnie dwadzieścia lat notowań wszystkich indeksów⁴.

Ze względu na interesujące wyniki w zakresie analizy indeksów giełdowych rynków dojrzałych w okresie 01.1993–01.2013, postanowiono sprawdzić, jak kształtował się poziom wykładników Hursta dla okresu wcześniejszego, przyjmując nieprzypadkowo zakres 01.1973–01.1993, obejmujący między innymi kryzys naftowy oraz uwidaczniający konsekwencje załamania się w 1971 roku systemu z Bretton Woods. Wyniki prezentuje tabela 6.

⁴ Choć okres dwudziestu lat jest okresem długim, jeśli chodzi o specyfikę rynków finansowych (w ciągu tego czasu mogło się bardzo wiele zmienić w funkcjonowaniu gospodarki, jej powiązaniach z otoczeniem czy też ogólnej sytuacji gospodarczej), to takie podejście było niezbędne z uwagi na wystarczająco dużą liczbę obserwacji (a ściślej, wystarczająco długi horyzont czasowy), jaka jest wymagana przy analizie szeregów czasowych z wykorzystaniem wykładnika Hursta.

Tabela 4. Wykładnik Hursta indeksów giełdowych rynków dojrzałych oszacowany dla zakresu 01.1993–01.2013

Indeks giełdowy	Zakres danych	H
Dow Jones Industrial Average	01.1993–01.2013	0,70
S&P500	01.1993–01.2013	0,75
DAX	01.1993–01.2013	0,64
Nikkei225	01.1993–01.2013	0,50
Hang Seng	01.1993–01.2013	0,45

Źródło: opracowanie własne.

Tabela 5. Wykładnik Hursta indeksów giełdowych rynków wschodzących oszacowany dla zakresu 01.1993–01.2013

Indeks giełdowy	Zakres danych	H
WIG20	01.1993–01.2013	0,69
Bovespa	01.1993–01.2013	0,86
XU100	01.1993–01.2013	0,69
SENSEX30	01.1993–01.2013	0,55
Shanghai Composite Index	01.1993–01.2013	0,57

Źródło: opracowanie własne.

Tabela 6. Wykładnik Hursta indeksów giełdowych rynków dojrzałych oszacowany dla zakresu 01.1973–01.1993

Indeks giełdowy	Zakres danych	H
Dow Jones Industrial Average	01.1973–01.1993	0,55
S&P500	01.1973–01.1993	0,52
DAX	01.1973–01.1993	0,54
Nikkei225	01.1973–01.1993	0,74
Hang Seng	01.1973–01.1993	0,61

Źródło: opracowanie własne.

Interpretację uzyskanych wyników badań opisano w kolejnym podpunkcie, uwzględniając odpowiednie kryteria porównawcze.

3.2. ANALIZA PORÓWNAWCZA INDEKSÓW GIEŁDOWYCH RYNKÓW DOJRZAŁYCH I WSCHODZĄCYCH

Analiza rezultatów przeprowadzonych badań pozwala wysnuć interesujące wnioski, zwłaszcza przy uwzględnieniu specyfiki sytuacji gospodarczej charakterystycznej dla badanych okresów.

Rezultaty badań przeprowadzonych dla całego dostępnego zakresu danych wykazują, iż dla wszystkich badanych rynków (zarówno dojrzałych, jak i wschodzących) wartość wykładnika Hursta potwierdza występowanie trendów ($H > 0,5$). Zróżnicowanie wartości H dla poszczególnych rynków można interpretować jako zależną od dynamiki rozwoju gospodarczego siłę trendu oraz jako potwierdzenie powszechnego stwierdzenia, iż giełda dyskontuje koniunkturę gospodarczą danego kraju bądź regionu. Potwierdzona została zatem zasadność obranego podziału indeksów giełdowych na rynki dojrzałe oraz wschodzące – indeksy giełdowe krajów o dojrzałych gospodarkach cechowały się wyraźnie niższymi wartościami wykładnika Hursta, niż indeksy giełdowe krajów o gospodarkach wschodzących.

Chcąc uzyskać bardziej miarodajne wyniki, postanowiono dokonać analizy porównawczej indeksów giełdowych rynków dojrzałych i wschodzących w tym samym zakresie czasu. Z uwagi na dość krótką historię notowań dla rynków wschodzących przyjęto zaledwie okres dwudziestu lat, czyli zakres 01.1993–01.2013. Wyniki potwierdziły poniekąd obawy związane z problemem porównywania rynków wschodzących i rozwiniętych w sytuacji, gdy obejmują one różne zakresy czasowe. Ze względu na krótki okres notowań indeksów na rynkach wschodzących i brak możliwości dokonania analizy porównawczej na podstawie wystarczającej liczby danych, należy wstrzymać się z ostatecznym odrzucaniem hipotezy, że rynki dojrzałe wykazują niższe wartości wykładnika Hursta niżeli rynki wschodzące. Potrzeba jeszcze przynajmniej kilkunastu lat, aby móc na podstawie takich porównań wyciągnąć ostateczne wnioski.

Powyższy problem zapewne wpływa na dokładność wyników, jednakże uzyskane rezultaty umożliwiają dostrzeżenie pewnych prawidłowości i tendencji. Na podstawie wyników badań dla zakresu 01.1993–01.2013 można przypuszczać, iż największy wpływ na wartość wykładnika Hursta ma prawdopodobnie sytuacja gospodarcza na analizowanych rynkach. Zgodnie z uzyskanymi wynikami, w danym zakresie przez większość czasu można zaobserwować dynamiczny wzrost w USA i w Niemczech, co przekłada się na wyższe wartości wykładnika Hursta niż ma to miejsce w przypadku gospodarek azjatyckich, gdzie w ostatnim czasie można zaobserwować wyraźne spowolnienie względem wcześniejszych dwudziestu lat. Znow należy

jednak unikać zbyt pochopnego formułowania wniosków. Wartość wykładnika Hursta dla Shanghai Composite Index ma bowiem w każdym przypadku porównywalne wartości. Gospodarka Chin jest jedną z bardziej interesujących gospodarek, gdyż cechuje się wyjątkowo dynamicznym wzrostem gospodarczym przy jednoczesnym silnym sterowaniu ze strony państwa (nawet w 2010 roku, kiedy na świecie obserwowano wyraźne spowolnienie w związku z kryzysem *subprime*, w Chinach odnotowano około 10% wskaźnik wzrostu). To ciekawe spostrzeżenie odnotował również Peters (1997), analizując wykładnik Hursta dla dolara singapurskiego w zestawieniu z jenem japońskim, marką niemiecką i funtem brytyjskim. Analiza przeskalowanego zakresu dla wszystkich wymienionych walut względem dolara amerykańskiego w okresie 01.1973–12.1989 dała $H > 0,6$, a jedynie w przypadku dolara singapurskiego statystyka Hursta się nie sprawdziła. Kurs wymiany dolara singapurskiego względem amerykańskiego okazał się być prawdziwą zmienną losową, na co bez wątplenia miała wpływ polityka monetarna rządu singapurskiego, utrzymującego stały kurs tej waluty względem dolara amerykańskiego (Peters, 1997, s. 96).

Kolejne interesujące obserwacje można poczynić analizując wartości wykładnika Hursta poszczególnych indeksów giełdowych rynków dojrzałych w okresach 01.1973–01.1993 oraz 01.1993–01.2013 w kontekście panującej wówczas sytuacji ekonomicznej. W okresie 01.1973–01.1993 w niskich, zbliżonych do 0,5 wartościach wykładnika Hursta dla indeksów giełdowych USA oraz Niemiec znaleźć można odzwierciedlenie stagnacji ekonomicznej gospodarek zachodnich oraz konsekwencje załamania się systemu z Bretton Woods, kryzysu naftowego z 1973 roku czy też krachu na giełdzie nowojorskiej z października 1987 roku.

Jednocześnie wysokie wartości wykładnika Hursta dla indeksów giełdowych Hang Seng i Nikkei225 ukazują dynamikę wzrostu gospodarczego „azjatyckich tygrysów” przez większość tego okresu aż do przegrzania się gospodarki japońskiej pod koniec lat osiemdziesiątych XX wieku. Nie bez wpływu na ówczesną sytuację w Japonii był, mający swój początek w czerwcu 1997 roku azjatycki kryzys finansowy, który objął Tajlandię, Malezję, Filipiny, Indonezję, Singapur i Koreę Południową. Również z uwagi na duże nastawienie Japonii w tamtym okresie na eksport nie mogło to nie wpłynąć na walutę, która gwałtownie podrożała, co doprowadziło do spowolnienia rynku.

Obrona metodologia badań nie jest pozbawiona wad. Najwięcej wątpliwości budzi analiza porównawcza rezultatów badań dla całych zakresów danych, która narażona jest na pewne niebezpieczeństwo wyciągnięcia pochopnych wniosków. Dotyczy ona bowiem w każdym przypadku innych

zakresów czasowych, które uwzględniają różne sytuacje gospodarcze (np. krachy), co nie jest bez znaczenia dla ogólnego wyniku analizy. Dodatkowo należy pamiętać, że dla zbyt małych wartości n otrzymane rezultaty mogą być nieco zawyżone. Jak jednak wyżej wspomniano, pewne błędy pomiarowe nie są istotne w ramach podjętej w danym opracowaniu analizy, jednak rozpatrując tak różne zakresy dla rynków dojrzałych i wschodzących – należy mieć je na uwadze.

Kolejną kwestią jest zgodny z teorią chaosu problem zanikania pamięci o warunkach początkowych wraz z wydłużaniem się zasięgu prognozy. Metody analizy długozasięgowej dynamicznych systemów nieliniowych (do których prawdopodobnie zaliczają się finansowe szeregi czasowe) pozwalają oszacowywać „horyzont przewidywalności” układu, będący pewną granicą (matematyczną, fizyczną lub parametru czasowego), poza którą nigdy nie uda się wyjść z przewidywaniami (np. dla przewidywalności pogody horyzont ten wynosi mniej niż dwa do trzech tygodni). Pamięć o warunkach początkowych słabnie i z czasem zupełnie zanika, a obserwacje zaczynają wykazywać własności podobne do regularnych ruchów Browna (Peitgen, Jürgens, Saupe, 2002, s. 14). Zjawisko to może być jedną z przyczyn znacznie niższych wartości wykładnika Hursta dla rynków dojrzałych, rozpatrywanych w całym zakresie danych.

PODSUMOWANIE

Dokonana powyżej interpretacja uzyskanych wyników badań pokazuje, iż ze względu na specyfikę zastosowanej metody analizy oraz prawdopodobnie zbyt małą liczbę dostępnych danych dla indeksów giełdowych rynków wschodzących, należy podejść z rezerwą do interpretacji wyników w celu uniknięcia wyciągnięcia zbyt uogólniających wniosków. Choć w toku badań wykryto interesujące prawidłowości wiążące giełdę z koniunkturą gospodarczą, należy pamiętać, że zarówno gospodarka globalna, jak i gospodarki lokalne cechują się bardzo dużą złożonością oraz liczbą czynników, które nań wpływają. Jako przykład wspomnieć warto chociażby sytuację polityczno-ekonomiczną w Chinach. Największym problemem i trudnością przy dokonywaniu tego typu badań oraz analiz, wydaje się być złożoność rynków. Nie jest bowiem możliwe uzyskanie poziomów wykładników Hursta dla prawdziwie wolnych rynków. Ogromne znaczenie dla gospodarek mają bowiem decyzje polityczne oraz różne formy sterowania nimi. Idealnym przykładem jest przytoczony wyżej problem Japonii, która w czasie swojego najlepszego, pod względem wzrostu gospodarczego, okresu była mocno nastawiona na eksport, utrudniając przy tym import (np. cło wwozo-

we na importowane produkty, skupowanie własnych towarów czy różne normy ograniczające import). Dodatkowo Japończycy stosunkowo mało wyjeżdżali za granicę, co ograniczyło wywóz pieniądza. W początkowym okresie to mocno umocniło ich walutę, jednak taka polityka w konsekwencji doprowadziła do znacznego spowolnienia rynku. Pokazuje to jak bardzo decyzje polityczne mogą zaburzać mechanizmy wolnego rynku (i być nieprzewidywalne), a – w odniesieniu do wybranej w danym opracowaniu metodologii – wpływać na niedokładność wyników. Stąd też postanowiono wybrać statystykę Hursta, nie oceniając przy tym dokładnych liczb, a jedynie obserwowane tendencje.

Pomimo opisanych powyżej trudności, osiągnięte rezultaty pozwalają sądzić, iż fraktalna analiza ruchów cen indeksów giełdowych może stanowić wartościową metodę oceny zależności występujących między rynkami krajów dojrzałych i wschodzących a ich indeksami giełdowymi, jednakże w celu potwierdzenia takiej koncepcji należałoby przeprowadzić dalsze, bardziej szczegółowe badania, zarówno z wykorzystaniem dokładniejszych metod analizy, lecz przede wszystkim po uzyskaniu odpowiedniej długości okresu notowań indeksów giełdowych rynków wschodzących.

LITERATURA

- Anis A. A., Lloyd E. H. (1976), *The expected value of the adjusted rescaled Hurst range of independent normal summands*, „Biometrika”, 63, 111–116.
- De Grauwe P., Grimaldi M. (2004), *Bubbles and crashes in a behavioural finance model*, CESifo Working Paper Series, 1194.
- Einstein A. (1908), *Elementare theorie der Brownschen bewegung*, „Zeitschrift für Elektrochemie und angewandte physikalische Chemie 14”, 50, 496–502.
- Feder J. (1988), *Fractals*, Plenum Press, New York.
- Hurst H. E. (1951), *Long term storage capacity of reservoirs*, „Transactions of the American Society of Civil Engineers”, 116, 770–799.
- Jajuga K., Papla D. (1997), Teoria chaosu w analizie finansowych szeregów czasowych – aspekty teoretyczne i badania empiryczne, konferencja naukowa, Uniwersytet Mikołaja Kopernika w Toruniu, Toruń, <http://www.dem.umk.pl/DME/1997.htm> (12.11.2009).
- Łon E. (2011), *Polityka pieniężna FED a sytuacja na wschodzących i dojrzałych rynkach akcji*, „Studia i prace Kolegium Zarządzania i Finansów SGH”, 118, 82–97.
- Mandelbrot B. (1972), *Statistical methodology for nonperiodic cycles from covariance to R/S analysis*, „Annals of Economic and Social Measurement”, 1, 259–290.
- Mandelbrot B. B., Hudson L. (2004), *The misbehaviour of markets: a fractal view of risk, ruin and reward*, Profile Books, London.
- Mandelbrot B., Wallis J. R. (1969), *Robustness of the rescaled range R/S in the measurement of noncyclic long-run statistical dependence*, „Water Resources Research”, 5, 967–988.
- Mastalerz-Kodzis A. (2003), *Modelowanie procesów na rynku kapitałowym za pomocą multi-fraktali*, Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej w Katowicach, Katowice.

- Paszyła A. (2003), Badanie dochodu i ryzyka inwestycji za pomocą analizy rozkładów, Kraków, <http://www.statsoft.pl/czytelnia/finanse/pdf/paszyła.pdf> (22.12.2010).
- Peters E. E. (1994), *Fraktal market analysis: applying chaos theory to investment and economics*, Wiley, New York.
- Peters E. E. (1992), *R/S analysis using logarithmic returns*, „Financial Analyst Journal”, 48, 32–37.
- Peters E. E. (1997), *Teoria chaosu a rynki kapitałowe*, WIG-PRESS, Warszawa.
- Peitgen H. O., Jürgens H., Saupe D. (2002), *Granice chaosu: fraktale 2*, Polskie Wydawnictwo Naukowe, Warszawa.
- Sánchez Granero M. A., Trinidad Segovia J. E., García Pérez J (2008), *Some comments on Hurst exponent and the long memory processes on capital markets*, „Physica A: Statistical Mechanics and its Applications”, 387, 5543–5551.
- Stawicki J., Janiak E. A., Müller-Frączek I. (1997), Różnicowanie fraktalne szeregów czasowych – wykładnik Hursta i wymiar fraktalny, konferencja naukowa, Uniwersytet Mikołaja Kopernika w Toruniu, Toruń, <http://www.dem.umk.pl/DME/1997.htm> (12.11.2009).
- Weron A., Weron R. (1998), *Inżynieria finansowa*, Wydawnictwo Naukowo-Techniczne, Warszawa.

COMPARATIVE ANALYSIS OF MATURE AND EMERGING MARKETS' STOCK MARKET INDICES USING HURST EXPONENT

A b s t r a c t. Presented paper contains the results of the research on the comparative analysis of presence of long memory dependencies in logarithmic returns of stock market indices of mature and emerging markets. The main goal of the research was to verify the dependency between the value of Hurst exponent, the type of the market and economic factors. In order to achieve this, rescaled range analysis method was used.

K e y w o r d s: Hurst exponent, rescaled range analysis, *R/S* analysis, mature markets, emerging markets.

J E L Classification: G14, G15, G17.