

*Uniwersytet Ekonomiczny w Poznaniu
Katedra Matematyki Stosowanej*

Blanka Minc

DYNAMIKA WIELOWYMIAROWYCH SZEREGÓW CZASOWYCH NOTOWAŃ SPÓŁEK AMERYKAŃSKIEGO RYNKU MOTORYZACYJNEGO W WARUNKACH KRYZYSU

Z a r y s t r e ś c i. W artykule przeprowadzono analizę dynamiki powiązań pomiędzy szeregami zwrotów logarytmicznych trzech spółek rynku motoryzacyjnego notowanych na nowojorskiej giełdzie: GM, F i DAI. Badanie przeprowadzone zostało dla dwóch okresów: przed i w czasie kryzysu. Dopasowano model DiagBEKK, uzyskując oszacowania dynamicznych korelacji warunkowych. Wyniki badania wskazują na występowanie w czasie kryzysu silnych powiązań pomiędzy badanymi spółkami.

S ł o w a k l u c z o w e: model DiagBEKK, dynamiczna korelacja warunkowa.

1. WSTĘP

General Motors, Ford i Chrysler, popularnie określane mianem „Wielkiej Trójki z Detroit”, to ikony amerykańskiego rynku motoryzacyjnego. Łączy je nie tylko silna pozycja na światowym rynku, lecz również problemy, m. in. Z wysokimi kosztami pracy w wyniku działań związku zawodowego pracowników tych trzech firm (United Auto Workers). Nieuchronnie przekłada się to na wysokie ceny oferowanych aut, na które stać jest coraz mniej potencjalnych klientów. General Motors, Ford i Chrysler borykają się z takimi problemami od kilku lat.

Bardzo wysokie ceny ropy naftowej, gwałtownie rosnące w okresie od stycznia 2007 r. do połowy 2008 r., również spowodowały spadek sprzedaży samochodów oferowanych przez Wielką Trójkę, które charakteryzują się dużym zużyciem paliwa.

Zamrożenie akcji kredytowej, w związku z panującym kryzysem gospodarczym, spowodowało coraz bardziej pogłębiające się problemy Wielkiej Trójki w sprzedaży swoich produktów. Fatalne wyniki finansowe tych spółek nie-

uchronnie przełożyły się na słabnące notowania na nowojorskiej giełdzie spółek General Motors Corporation i Ford Motor Company¹.

W pracy analizie poddane będą szeregi logarytmicznych zwrotów dziennych notowań akcji trzech spółek rynku motoryzacyjnego notowanych na NYSE: GM (General Motors), F (Ford Motor Company) i DAI (Daimler AG, do połowy maja 2007 DaimlerChrysler). Celem pracy jest opis dynamiki powiązań tych szeregów. Badanie przeprowadzone zostanie osobno dla okresu przed kryzysem i w czasie jego trwania, dzięki czemu możliwe będzie zaobserwowanie zmian, jakie zaszły.

2. METODOLOGIA

Rozważamy wielowymiarowy szereg zwrotów $\mathbf{r}_t = (r_{1,t}, r_{2,t}, \dots, r_{n,t})'$, który można przedstawić w postaci dekompozycji

$$\mathbf{r}_t = \boldsymbol{\mu}_t + \mathbf{y}_t, \quad (1)$$

gdzie $\boldsymbol{\mu}_t = E(\mathbf{r}_t | \Phi_{t-1})$ jest warunkową wartością oczekiwaną wektora \mathbf{r}_t pod warunkiem zbioru informacji Φ_{t-1} , dostępnych do momentu $t-1$ włącznie. Warunkowa wartość oczekiwana $\boldsymbol{\mu}_t = E(\mathbf{r}_t | \Phi_{t-1})$ może być modelowana za pomocą opisywanego przez Tsay'a (2002) modelu VARMA(p, q):

$$\Phi(B)\boldsymbol{\mu}_t = \boldsymbol{\varphi}_0 + \Theta(B)\mathbf{a}_t, \quad (2)$$

gdzie $\boldsymbol{\varphi}_0$ jest wektorem n -wymiarowym, $\Phi(B) = \mathbf{I} - \Phi_1 B - \dots - \Phi_p B^p$ oraz $\Theta(B) = \mathbf{I} - \Theta_1 B - \dots - \Theta_q B^q$ są wielomianami macierzowymi $n \times n$, a B^q jest skalarnym operatorem opóźnienia: $B^q \mathbf{a}_{i,t} = \mathbf{a}_{i,t-q}$, natomiast $\{\mathbf{a}_t\}$ jest ciągiem niezależnych wektorów losowych ze średnią zero oraz macierzą kowariancji $\boldsymbol{\Sigma}$. Przez $\mathbf{H}_t = \text{Var}(\mathbf{r}_t | \Phi_{t-1})$ oznaczmy wariancję warunkową. Ogólny n -wymiarowy model GARCH dla procesu \mathbf{y}_t jest dany przez równanie

$$\mathbf{y}_t = \mathbf{H}_t^{1/2} \boldsymbol{\varepsilon}_t, \quad (3)$$

gdzie $\boldsymbol{\varepsilon}_t$ jest n -wymiarowym procesem niezależnych zmiennych losowych o zerowej średniej i identycznościowej macierzy kowariancji: $\boldsymbol{\varepsilon}_t \sim iid(\mathbf{0}, \mathbf{I}_n)$. Zatem $E(\mathbf{y}_t | \Phi_{t-1}) = \mathbf{0}$ i $E(\mathbf{y}_t \mathbf{y}_t' | \Phi_{t-1}) = \mathbf{H}_t$. Konkretny model GARCH jest

¹ Chrysler nie jest aktualnie notowany na nowojorskiej giełdzie. Od 1998 roku do połowy maja 2007 istniał jako DaimlerChrysler, później jego udziały były w posiadaniu funduszu inwestycyjnego Cerberus. 30.04.2009 ogłosił bankructwo, przejął go Fiat.

określony poprzez specyfikację parametryzacji macierzy \mathbf{H}_t , która na mocy definicji jest dodatkowo określona. Specyfikacja modelu musi uwzględniać ten fakt.

Model BEKK został przedstawiony w pracy Engle'a i Kronera (1995). Rozważmy następujące równanie macierzowe, definiujące model BEKK(p, q, K):

$$\mathbf{H}_t = \mathbf{C}'_0 \mathbf{C}_0 + \sum_{k=1}^K \sum_{i=1}^q \mathbf{A}'_{ik} \mathbf{y}_{t-i} \mathbf{y}'_{t-i} \mathbf{A}_{ik} + \sum_{k=1}^K \sum_{i=1}^p \mathbf{G}'_{ik} \mathbf{H}_{t-i} \mathbf{G}_{ik}, \quad (4)$$

gdzie \mathbf{C}_0 , \mathbf{A}_{ik} i \mathbf{G}_{ik} są macierzami parametrów wymiaru $n \times n$, przy czym \mathbf{C}_0 jest macierzą górną trójkątną, a liczba K determinuje ogólność procesu. Model spełnia wymóg dodatniej określoności macierzy \mathbf{H}_t . Wśród klasy modeli BEKK wyróżnia się w szczególności model DiagBEKK (diagonalny BEKK). Wprowadzenie warunku, że macierze \mathbf{A}_{ik} i \mathbf{G}_{ik} są diagonalne dodatkowo upraszcza procedurę estymacji poprzez redukcję parametrów. Ceną za to jest jednak zmniejszenie ogólności modelu. Równanie wyznaczające najprostszy, wykorzystywany w niniejszej pracy model DiagBEKK dla modelu GARCH(1,1), $K=1$ przyjmuje postać:

$$\mathbf{H}_t = \mathbf{C}'_0 \mathbf{C}_0 + \mathbf{A}'_{11} \mathbf{y}_{t-1} \mathbf{y}'_{t-1} \mathbf{A}_{11} + \mathbf{G}'_{11} \mathbf{H}_{t-1} \mathbf{G}_{11}. \quad (5)$$

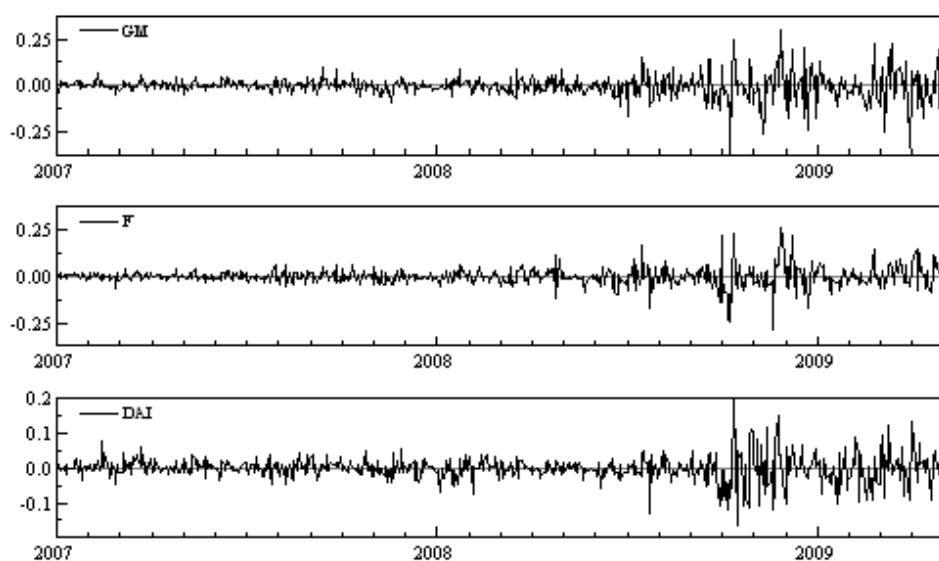
3. WYNIKI EMPIRYCZNE

W artykule badana jest dynamika szeregów czasowych największych spółek rynku motoryzacyjnego notowanych na nowojorskiej giełdzie tzn. General Motors Corporation (NYSE: GM), Ford Motor Company (NYSE: F) oraz Daimler AG (NYSE: DAI). Wskazuje się, że kryzys w przemyśle motoryzacyjnym związany z aktualnym kryzysem gospodarczym rozpoczął się w połowie 2008 roku. W badaniu za umowną datę rozpoczęcia kryzysu w motoryzacji przyjęto 1 lipca 2008 roku. Analiza szeregów będzie przeprowadzona osobno dla dwóch okresów: przed kryzysem (od 3 stycznia 2007 r. do 30 czerwca 2008 r.), szeregi oznaczono GM_1, F_1, DAI_1 oraz w czasie jego trwania (od 1 lipca 2008 r. do 5 maja 2009), szeregi oznaczono GM_2, F_2, DAI_2.

Na wykresie 1 przedstawiono zachowanie szeregów logarytmicznych zwrotów dziennych dla badanych spółek, obliczonych ze wzoru $r_t = \ln P_t - \ln P_{t-1}$, gdzie P_t oznacza cenę instrumentu finansowego w chwili t .

Widać, że rzeczywiście w połowie 2008 roku dynamika badanych szeregów bardzo się zmieniła. Można zaobserwować znaczny wzrost zmienności. Najsilniej odznacza się to w okresie od połowy września do końca grudnia. Był to okres największej niepewności na rynkach finansowych: 15 września – upadek Lehmann Brothers, który spowodował krach na amerykańskiej giełdzie; 6–9 października – wydarzenia w Islandii. Dodatkowo, na skutek gwałtownie rosną-

cej ceny ropy (do połowy 2008 roku) oraz ustania akcji kredytowej, producenci aut odnotowali w tym okresie kolejny spadek sprzedaży. General Motors (razem z Chryslerem) rozpoczął w listopadzie starania o rządową pomoc ze względu na groźbę bankructwa. Wspomniane wydarzenia pokrywają się czasowo z okresami zwiększonej zmienności badanych szeregów. 19 grudnia prezydent zatwierdził wsparcie finansowe dla General Motors i Chryslera. Od tego momentu można zaobserwować pewne uspokojenie, które trwa jedynie do połowy lutego 2009 roku. Odpowiada to momentowi, kiedy General Motors i Chrysler zwrócili się do rządu o kolejne wsparcie finansowe (18 lutego).



Wykres 1. GM, F i DAI – dzienne zwroty logarytmiczne w okresie 3 stycznia 2007 do 5 maja 2009 roku

Źródło: opracowanie własne.

Obliczono najistotniejsze statystyki opisowe z podziałem na dwa okresy – sprzed i w czasie kryzysu. Otrzymane wyniki zawarte zostały w tabeli 1.

Tabela 1. Statystyki opisowe badanych szeregów zwrotów

	Min	Średnia	Max	Odchylenie	Skośność	Kurtoza
GM_1	-0,114	-0,003	0,096	0,029	0,096	1,164
GM_2	-0,373	-0,009	0,301	0,097	-0,281	1,749
F_1	-0,113	-0,001	0,111	0,026	0,012	2,167
F_2	-0,288	-0,001	0,259	0,072	0,088	3,120
DAI_1	-0,076	0	0,079	0,020	-0,032	1,417
DAI_2	-0,165	-0,002	0,199	0,053	0,050	1,219

Źródło: obliczenia własne.

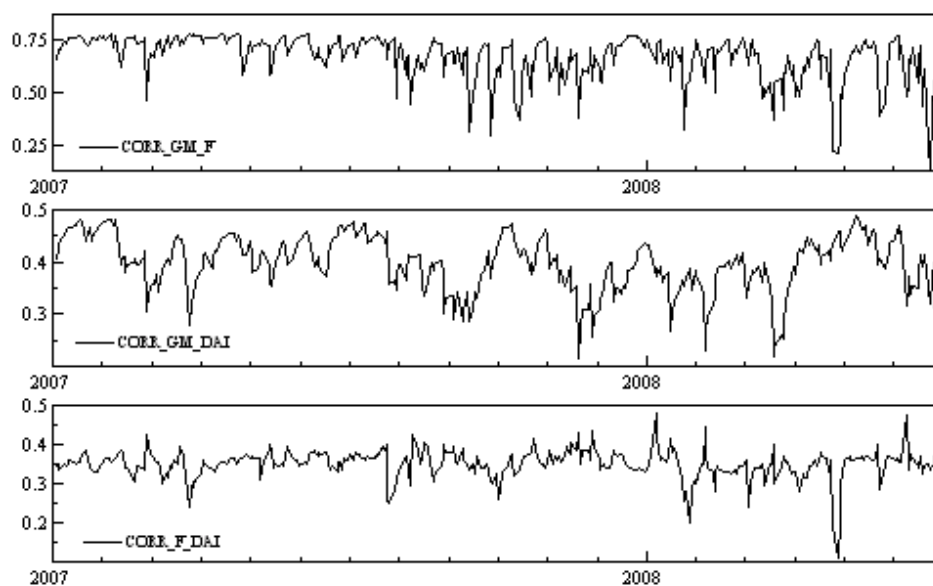
Już na podstawie przedstawionych wykresów można było stwierdzić wyraźne różnice pomiędzy szeregami zwrotów logarymicznych badanych spółek. Spostrzeżenia te potwierdzają wyznaczone statystyki opisowe. We wszystkich trzech przypadkach w okresie kryzysu uwidacznia się zwiększona zmienność i występowanie wyższych wartości ekstremalnych, zarówno dodatnich jak i ujemnych. Skośność zmieniała się dla każdego z szeregów inaczej. Szereg zwrotów General Motors przed kryzysem był prawoskośny, w czasie kryzysu nastąpiła zmiana na lewoskośność. Przewaga zwrotów ujemnych dla General Motors w czasie kryzysu wynika z ogromu problemów tej firmy, skutkujących koniecznością pomocy państwa. Odwrotnie zachowywał się szereg odpowiadający notowaniom spółki Daimler AG. Zwroty dla Forda przez cały badany okres cechowały się asymetrią prawostronną, silniejszą w czasie kryzysu. Częstsze dodatnie zwroty dla Forda wynikały zapewne z lepszego postrzegania tego producenta przez inwestorów, który mimo panującej sytuacji nie zwrócił się o pomoc rządową. Wszystkie szeregi są leptokurtyczne, największe skoncentrowanie występuje dla szeregu zwrotów z notowań Forda w czasie kryzysu.

Tabela 2. Oszacowania parametrów modelu DiagBEKK dla szeregów zwrotów przed kryzysem (pierwszy okres) i w czasie kryzysu (drugi okres)

	Pierwszy okres		Drugi okres	
	Oszacowanie parametru	p -wartość	Oszacowanie parametru	p -wartość
Φ_{01}	-0,001909	0,1685	-	-
Φ_{02}	-0,000502	0,6900	-	-
Φ_{03}	0,000420	0,6621	-	-
$C_{0,11}$	0,014303	0,0000	0,042755	0,0126
$C_{0,12}$	0,020682	0,0000	0,017101	0,0007
$C_{0,13}$	0,003285	0,0000	0,016941	0,0000
$C_{0,13}$	0,004005	0,2478	0,018318	0,0130
$C_{0,23}$	0,004263	0,0118	0,004063	0,4872
$C_{0,33}$	0,000000	0,7009	0,000000	0,1715
$G_{11,11}$	0,851084	0,0000	0,815393	0,0000
$G_{11,22}$	0,513651	0,0000	0,908143	0,0000
$G_{11,33}$	0,954115	0,0000	0,920011	0,0000
$A_{11,11}$	0,168465	0,0626	0,383858	0,0260
$A_{11,22}$	-0,255443	0,0054	0,205580	0,0703
$A_{11,33}$	-0,125985	0,0209	-0,242588	0,0000
Stopnie swobody	-	-	5,391953	0,0000

Źródło: obliczenia własne.

Aby scharakteryzować dynamikę wielowymiarowych szeregów czasowych zwrotów badanych spółek oraz zmieniającą się siłę powiązań podjęto próbę dopasowania modelu DiagBEKK dla okresu przed i w czasie kryzysu. Oszacowania parametrów przedstawione zostały w tabeli 2. Dla okresu przed kryzysem dopasowano model z rozkładem normalnym dla błędu, natomiast dla szeregu zwrotów z okresu kryzysu z rozkładem *t*-Studenta. Na podstawie dopasowanych modeli oszacowane zostały dynamiczne korelacje warunkowe.



Wykres 2. Dynamiczne korelacje warunkowe w okresie od 3 stycznia 2007 do 30 czerwca 2008 roku

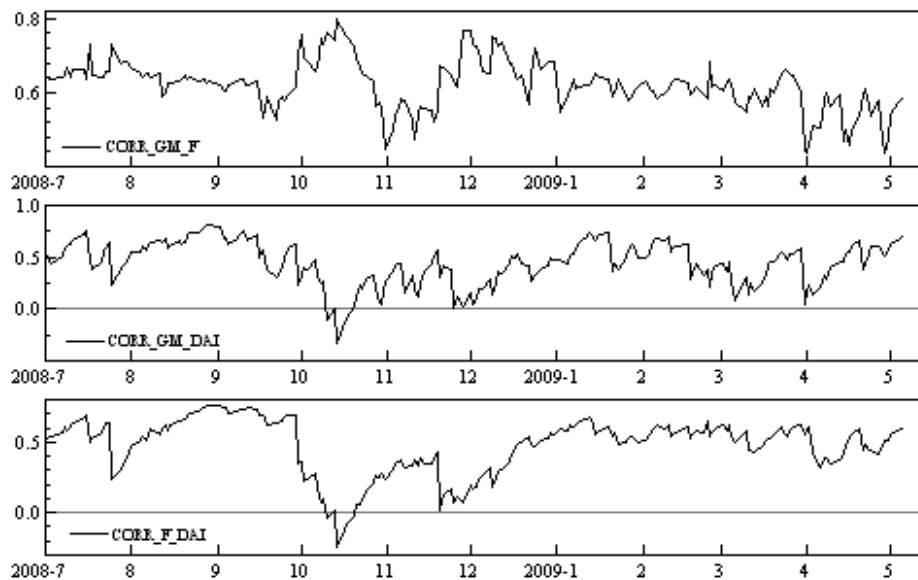
Źródło: opracowanie własne.

Na wykresie 2 przedstawiono oszacowania dynamicznych korelacji warunkowych w okresie przed kryzysem. We wszystkich trzech przypadkach występowały w tym czasie wyłącznie dodatnie korelacje warunkowe pomiędzy badanymi szeregami.

Największa zależność występowała pomiędzy zwrotami General Motors i Forda. Średnia z korelacji warunkowych pomiędzy GM i F równa była 0,67, najniższa wartość wynosiła 0,12, najwyższa 0,78. Średnia z korelacji warunkowych pomiędzy General Motors i Daimler AG równa była 0,39, najniższa wartość wynosiła 0,21, najwyższa 0,48. Korelacje warunkowe pomiędzy zwrotami z notowań spółek Ford i Daimler były na najniższym poziomie (średnia równa 0,35, minimum 0,11, maksimum 0,48) i cechowały się najslabszą dynamiką.

Można zatem stwierdzić, że spółki amerykańskich producentów należących do Trójki z Detroit (GM i F) są ze sobą znacznie silniej powiązane. Mimo że niemiecki Daimler był związany do maja 2007 z Chryslerem, w okresie przed

kryzysem siła powiązań z pozostałymi spółkami Wielkiej Trójki (GM i F) nie była wysoka.



Wykres 3. Dynamiczne korelacje warunkowe w okresie od 1 lipca 2008 do 5 maja 2009 roku

Źródło: opracowanie własne.

Wykres 3 przedstawia dynamiczne korelacje warunkowe w czasie kryzysu. Największa zależność występowała pomiędzy zwrotami General Motors i Forda. Średnia z korelacji warunkowych pomiędzy GM i F równa była 0,62 (spadek w porównaniu do wcześniejszego okresu), najniższa wartość wynosiła 0,43, najwyższa 0,8. Natomiast siła powiązań amerykańskich GM i F z niemieckim DAI wzrosła w czasie kryzysu. Średnia z korelacji warunkowych General Motors – Daimler AG równa była 0,44 (wzrost), najniższa wartość wynosiła -0,33, najwyższa 0,82. Korelacje warunkowe Ford-Daimler miały wartość: średnia równa 0,47 (wzrost), minimum -0,24, maksimum 0,76.

Najciekawsze zachowanie widać w październiku 2008 roku. Siła zależności pomiędzy General Motors a Fordem wzrastała do 14 października do wartości 0,8. Potem korelacje warunkowe spadły gwałtownie do wartości 0,44 (31 października). Zupełnie odwrotnie w tych dniach zachowywały się korelacje warunkowe General Motors – Daimler i Ford – Daimler. Co ciekawe, zmieniły one nawet znak z dodatniego na ujemny, który utrzymywał się przez tydzień począwszy od 10 października (osiągnęły wartość blisko -0,3). Być może była to reakcja na wcześniejsze wydarzenia w Islandii, które wstrząsnęły rynkiem finansowym. Analogiczne zjawisko, ale o mniejszej sile zmian, wystąpiło również na przełomie listopada i grudnia. 28 listopada korelacje warunkowe Gene-

ral Motors – Ford wzrosły aż do wartości 0,77, podczas gdy korelacje warunkowe General Motors – Daimler i Ford – Daimler niemal spadły do zera. Był to być może efekt wydarzeń związanych ze staraniami General Motors o pomoc rządową ze względu na groźbę bankructwa. Jest to ciekawe, gdyż Ford o taką pomoc się nie starał. Od początku 2009 roku można zaobserwować zmniejszenie dynamiki analizowanych zależności.

Zaobserwowano zatem, że największe zależności występowały pomiędzy spółkami General Motors i Ford. Okazało się, że oszacowana siła powiązań pomiędzy nimi przez cały czas była wysoka, nieznacznie zmalała w czasie kryzysu. Jest to ciekawe zjawisko, ponieważ można było oczekiwać odmiennego postrzegania przez inwestorów tych dwóch spółek w okresie kryzysu, ze względu na znacznie większe problemy finansowe GM, które doprowadziły do groźby bankructwa. Natomiast siła i dynamika powiązań pomiędzy spółkami amerykańskiego rynku motoryzacyjnego i niemieckim Daimlerem wzrosła w czasie kryzysu. Liczne problemy, z jakimi borykali się producenci aut stały się przyczyną wzrostu zależności pomiędzy notowaniami GM i DAI oraz F i DAI. Może to być wskazówką dla inwestorów, którzy zarządzając swoim portfelem powinni uwzględnić w czasie kryzysu występowanie silnych powiązań pomiędzy spółkami należącymi do tej samej branży.

LITERATURA

- Bauwens L., Laurent S., Rombouts J. (2006), *Multivariate GARCH Models: a Survey*, „Journal of Applied Econometrics”, 21, 79–109.
- Doornik J. A. (2007), *Ox 5 – An Object-Oriented Matrix Programming Using Ox*, Timberlake Consultants, London.
- Engle R., Kroner K. F. (1995), *Multivariate Simultaneous Generalized ARCH*, „Econometric Theory”, 11, 122–150.
- Laurent S. (2007), *GARCH 5, Estimating and Forecasting ARCH Models*, Timberlake Consultants Press, London.
- Leonhardt D. (2008), *\$73 an Hour: Adding it Up*, „The New York Times”, 10.12.2008, A1.
- McCullagh D. (2008), *Big Three Bailout? Not So Fast*, „CBS News”, 12.11.2008.
- Osińska M. (2006), *Ekonometria finansowa*, PWE, Warszawa.
- Tsay R. S. (2002), *Analysis of Financial Time Series*, John Wiley&Sons, New York.

DYNAMICS OF MULTIVARIATE RETURN SERIES OF U.S. AUTOMOTIVE STOCK COMPANIES IN CONDITIONS OF CRISIS

A b s t r a c t. This article contains an analysis of dynamic interrelations between log-returns series of three automotive companies listed on the New York Stock Exchange: GM, F and DAI. We consider two periods: before and during crisis. We apply DiagBEKK model and we calculate dynamic conditional correlations. As a result of our research we found that in conditions of crisis there were strong connections between considered stock companies.

K e y w o r d s: DiagBEKK model, dynamic conditional correlation.