ACTA UNIVERSITATIS NICOLAI COPERNICI
EKONOMIA XL – NAUKI HUMANISTYCZNO-SPOŁECZNE – ZESZYT 391 – TORUŃ 2009

Wyższa Szkoła Informatyki i Ekonomii TWP w Olsztynie
*Katedra Informatyki i Ekonometrii**

Wyższa Szkoła Bankowa w Toruniu
*Katedra Metod Ilościowych***

Tomasz Stryjewski, Marcin Błażejowski***

SYMULACYJNE WYZNACZENIE OPTYMALNEJ WIELKOŚCI ZABURZENIA W ANALIZIE MNOŻNIKOWEJ

Z a r y s t r e ś c i. W artykule podjęto próbę oceny różnych sposobów wyznaczania wielkości zaburzeń oraz jakości oszacowanego modelu w analizie mnożnikowej. Sprawdzono wpływ wielkości wprowadzanych zaburzeń na niezmienniczość ocen parametrów strukturalnych. Analizę przeprowadzono z wykorzystaniem symulacji Monte Carlo.

S ł o w a k l u c z o w e: analiza mnożnikowa, wielkość zaburzeń, DFFITS, Monte Carlo.

1. WSTĘP

Symulacja deterministyczna modelu ekonometrycznego często jest nazywana analizą „co-jeśli" i stanowi ważne narzędzie kształtowania strategii danego podmiotu (przedsiębiorstwa, instytucji, państwa). Pozwala ustalić alternatywne drogi postępowania oraz skutki oddziaływania różnych decyzji gospodarczych. Istotnym elementem symulacji deterministycznej jest analiza mnożnikowa (por. Dębski, Łapińska-Sobczak, Markowski, 1993; Gajda, 2001; Welfe, 2003). Analizę mnożnikową przeprowadza się w sposób analityczny dla modeli liniowych z ich postaci końcowej, w której zmienne endogeniczne są funkcjami jedynie bieżących i opóźnionych wartości zmiennych egzogenicznych. Proces rekurencyjnego podstawiania i tworzenia postaci końcowej bywa często bardzo żmudny dla modeli o bardzo rozbudowanej strukturze autoregresyjnej procesów endogenicznych. Analityczne wyliczanie postaci końcowej utrudnia również fakt występowania struktur autoregresyjnych dla zmiennych egzogenicznych. Taki model Klein nazywa autoregresyjną postacią końcową (por. Klein, 1982). Jak się wydaje, jest to pełna postać końcowa dla modeli dynamicznych. Powyższe stwierdzenia dotyczą modeli liniowych. Natomiast dla modeli nieliniowych sprawa staje się o wiele bardziej skomplikowana. W ogólnym przypadku modelu nieliniowego (por. Gajda, 2001):

1. Nie potrafimy wskazać formuły analitycznej postaci zredukowanej oraz końcowej.
2. Jeśli istniałyby jakieś formuły, nie mamy pewności, czy ich parametry dadzą się wyprowadzić z parametrów postaci strukturalnej.
3. Jeśli parametry te byłyby jednoznaczne, nie mamy pewności, czy rozwiązania, których poszukujemy, również byłyby jednoznaczne.

Ułatwieniem w analizie mnożnikowej jest symulacja, gdyż pozwala ominąć większość problemów z analitycznym ich wyznaczaniem. Dzięki zastosowaniu symulacji można wyznaczyć mnożniki bez konieczności wyznaczania postaci końcowej modelu. Matematycznie bowiem mnożnik można zapisać jako pochodną systemu równań względem zmiennej egzogenicznej (Gajda, 2001; Welfe, 2003):

$$m_{y,x,s} = \lim_{\Delta x_s \to 0} \frac{y_{it}^{z}(x + \Delta x_s) - y_{it}(x)}{\Delta x_s}, \tag{1}$$

gdzie $m_{y,x,s}$ oznacza wektor mnożników zmiennej endogenicznej względem zmiennej egzogenicznej X po upływie s okresów, y_{it}^{z} oznacza wektor zmiennych endogenicznych uzyskanych z symulacji zakłóconej, y_{it} wektor zmiennych endogenicznych uzyskanych z symulacji niezakłóconej, bazowej, Δx_s zaburzenie (zmiana) zmiennej egzogenicznej.

Znak granicy staje się nieistotny przy niewielkim zaburzeniu zmiennej egzogenicznej Δx_t. Wówczas mnożniki możemy aproksymować za pomocą wzoru:

$$m_{y,x,s} \approx \frac{y_{it}^{z}(x + \Delta x_s) - y_{it}(x)}{\Delta x_s}, \tag{2}$$

Należy zwrócić uwagę, że wyniki uzyskane dla modeli linowych są jednakowe dla różnych wartości początkowych modelu. Dla modeli nieliniowych warunki początkowe mają duże znaczenie dla kształtowania się mnożników (por. Dębski, 1995).

Podstawowym problemem w symulacji deterministycznej, w tym analizy mnożnikowej[1], jest wyznaczenie optymalnej wartości zaburzenia, tak aby uzyskane wyniki były aktualne w tym sensie, że ich faktyczne pojawienie się w próbie nie zmieniłoby struktury całego systemu, w tym w szczególności wartości ocen parametrów strukturalnych. Z tematem zmienności zmiennych objaśniających wiąże się temat strukturalnej niezmienniczości, bądź szerzej, superegzogeniczności

[1] Niezależnie od sposobu wyliczenia mnożników – analitycznego lub symulacyjnego.

(por. Strzała, 1994; Charemza, Deadman, 1997). W literaturze proponuje się kilka metod określania wielkości zaburzenia, których generalną zasadą jest założenie, że zaburzenie nie powinno być zbyt duże, tak aby nie zmienić własności modelu, oraz nie powinno być zbyt małe, tak aby jego wpływ na rozwiązanie nie został zniwelowany błędami zaokrągleń (por. Welfe, 2003). Na przykład Howrey i Klein (1972) proponują jako zaburzenie wykorzystać odchylenie standardowe zmiennej zaburzanej, natomiast Welfe (2003) stałą wartość ok. 5%–10% wartości zmiennej egzogenicznej w okresie zaburzenia.

W niniejszym artykule podjęto próbę znalezienia odpowiedzi na pytanie: jak daleko można zmienić wartość zmiennej egzogenicznej (decyzyjnej), aby postać funkcyjna modelu, a przede wszystkim oceny parametrów strukturalnych, pozostały niezmienne, przy czym zakres badania zawężono jedynie do modeli liniowych, co każe traktować uzyskane wyniki jako pierwszy etap szerszych badań w tym zakresie.

2. METODOLOGIA

Określenie optymalnej wielkości zaburzenia, jaką należy wykorzystać w symulacji dynamicznej, jest sprawą skomplikowaną. Bez względu jednak na sposób określenia tego optimum w pierwszej kolejności należy określić, czy wprowadzone zaburzenie jest dopuszczalne. W niniejszym badaniu jako niedopuszczalną wielkość zaburzenia przyjęto taką, która gdyby faktycznie zrealizowała się w próbie, to zmieniłaby uzyskane wyniki regresji. Można wyróżnić dwa rodzaje silnego wpływu danej obserwacji na wyniki estymacji (por. Davidson i MacKinnon, 2004):

– Dana obserwacja jest wpływowa, co oznacza, że jej usunięcie z próby w znaczący sposób może zmienić oceny parametrów strukturalnych.
– Dana obserwacja jest dźwigniowa, co oznacza, że jej wartość może być potencjalnie wpływowa.

Podstawą stwierdzenia, czy dana wielkość wprowadzonego zaburzenia wykorzystanego w symulacji nie prowadzi do takiej zmiany wartości, że w rzeczywistości oszacowany model uległby zmianie, jest sprawdzenie dla momentów z wprowadzonym zaburzeniem wartości miary DFFITS wyznaczanej wg formuły (por. Maddala, 2006):

$$\mathrm{DFFITS}_t = \left(\frac{h_t}{1 - h_t} \right)^{1/2} \widetilde{u}_t \, , \tag{3}$$

gdzie h_i jest wartością dźwigni wyznaczanej jako i-ty element diagonalny macierzy „rzutowania” wyznaczanej wg formuły (por. Davidson i MacKinnon, 2004; Maddala, 2006; Kufel, 2007):

$$H = X\left(X^T X\right)^{-1} X^T , \tag{4}$$

natomiast $\tilde{u}_t$ jest resztą „studentyzowaną" wyznaczaną wg formuły (por. Maddala, 2006; Kufel, 2007):

$$\tilde{u}_i = \frac{\hat{u}_i}{S(t)\sqrt{(1-h_t)}} . \tag{5}$$

Wartość krytyczna dla miary DFFITS wyznaczana jest jako $2\sqrt{(k+1)/n}$.

Metodologia badania była następująca:

1. W pierwszym kroku szacowano model oraz wybierano okres, dla którego wartość bezwzględna miary DFFITS była najmniejsza.
2. Dla tak wskazanego okresu wprowadzono zaburzenie wg wszystkich ocenianych w badaniu formuł wyliczania jej wielkości.
3. Ponownie oszacowano parametry modelu z zaburzonymi wartościami oraz ponownie wyznaczano wartości DFFITS.

Jako moment, dla którego były wprowadzane zaburzenia, wybierano obserwację o najmniejszej wartości bezwzględnej miary DFFITS. Wybór okresu o najmniejszej wartości DFFITS zapewnia, że wykorzystany w symulacji moment jest najmniej wpływowym i dźwigniowym okresem w próbie, który powinien pozwalać na wprowadzanie większych zaburzeń niż pozostałe okresy.

Badano własności następujących wielkości zaburzenia:

1. Maksymalne bezwzględne odchylenie od średniej dla procesu objaśniającego (w przypadku procesów z trendem maksymalna wartość bezwzględna reszt dla modelu trendowego).
2. Odchylenie standardowe zmiennej objaśniającej.
3. Współczynnik zmienności zmiennej objaśniającej.
4. Maksymalne bezwzględne odchylenie od średniej dla procesu objaśniającego (w przypadku procesów z trendem maksymalna wartość bezwzględna reszt dla modelu trendowego) podzielone przez wartość oceny parametru strukturalnego.
5. 15% wartości procesu objaśniającego w zaburzanym okresie.
6. Odchylenie standardowe reszt zaburzanego modelu.

W ostatnim kroku dla zaburzonych rozwiązań modelu ponownie wyznaczano wartości DFFITS i sprawdzano, czy wartość tej miary dla zaburzonego okresu jest statystycznie istotna. Jeśli tak, oznaczało to, że wprowadzone zaburzenie było zbyt duże, gdyż wybrana do symulacji obserwacja stawała się obserwacją dźwigniową.

Całość badania była oparta na analizie Monte Carlo, w której losowano wartości zmiennych objaśniających oraz szumu z różnych rozkładów w zależności od aktualnie realizowanego scenariusza. Zmianom ulegały także wartości parametrów strukturalnych w modelu generującym oraz wielkość dodawanego szumu, co zmieniało poziom dopasowania modelu empirycznego do danych generowanych mierzonych współczynnikiem R^2.

3. SCENARIUSZE EKSPERYMENTU SYMULACYJNEGO

W scenariuszach symulacji zmianom podlegały następujące parametry:
1. Rozkład i jego parametry, z którego były losowane zmienne objaśniające, przy czym brano pod uwagę rozkład normalny oraz chi-kwadrat.
2. Rozkład i jego parametry dla szumu (rozkład normalny oraz chi-kwadrat).
3. Stopień skorelowania zmiennych objaśniających.
4. Wartości parametrów strukturalnych w modelu generującym.
5. Założone poziomy R^2 (wielkość dodawanego szumu).

Symulacje podzielono na dwie główne grupy:

Grupa 1:
1. Dwie zmienne objaśniające, przy których parametry strukturalne były równe i wynosiły 3 (model generujący: $y_t = 3x_{1t} + 3x_{2t} + szum_t$).
2. Cztery założone poziomy R^2 (0,6; 0,7; 0,8; 0,9).
3. Zmienne objaśniające oraz szum losowane z rozkładu normalnego lub chi-kwadrat.

Grupa 2:
1. Dwie zmienne objaśniające, przy których parametry strukturalne wynosiły odpowiednio: 3 i 3, 4 i 2, 5 i 1 (modele generujące: $y_t = 3x_{1t} + 3x_{2t} + szum_t$, $y_t = 4x_{1t} + 2x_{2t} + szum_t$, $y_t = 5x_{1t} + x_{2t} + szum_t$).
2. Dwa założone poziomy R^2 (0,8; 0,6).
3. Zmienne objaśniające oraz szum losowane z rozkładu normalnego lub chi-kwadrat.

Badanie oparto na metodzie symulacji Monte Carlo, w której każdy wariant był powtarzany 1000 razy, a model aproksymacyjny miał następującą postać: $y_t = \alpha_0 + \alpha_1 x_{1t} + \alpha_2 x_{2t} + u_t$[2]. Analizowano również przypadki z trendem liniowym (wówczas był on dodawany do modelu generującego), ale uzyskane wyniki nie odbiegały od prezentowanych w niniejszej pracy, a wnioski uzyskane z tej analizy dodano do wniosków ogólnych na końcu artykułu.

[2] α_0, α_1, α_2 – parametry strukturalne modelu, u_t – składnik losowy.

4. WNIOSKI

Zrealizowane symulacje wykazały, że analizowane metody określania wielkości impulsów mają różny stopień przydatności do symulacji deterministycznej w zależności od warunków, w jakich dokonywane są zaburzenia (por. tab. 1–3). Biorąc pod uwagę wszystkie analizowane przypadki, najlepsze rezultaty (najwięcej nieodrzuceń hipotezy zerowej w teście DFFITS) uzyskano, wprowadzając zaburzenia o wielkości współczynnika zmienności zmiennej objaśniającej (oprócz przypadków zaburzania procesów o średniej 0). Uzyskane w trakcie symulacji wnioski są następujące (por. tab. 1–3):

1. W trakcie analizy zauważono dużą rolę wartości ocen parametrów stojących przy zmiennych objaśniających modelu. Wyższym ocenom parametrów (co do wartości bezwzględnej) towarzyszyło częstsze przekraczanie wartości krytycznej DFFITS.
2. Korelacja pomiędzy zmiennymi objaśniającymi odgrywa niewielką rolę w wyborze wartości zaburzenia.
3. Im wyższe jest R^2 tym większy udział przekroczeń wartości krytycznej miary DFFITS.
4. Typ rozkładu zmiennej objaśniającej ma niewielki wpływ na uzyskiwane wyniki dla poszczególnych sposobów określania wielkości zaburzeń.

Szczegółowe wyniki dla każdego sposobu określania wielkości zaburzenia są następujące (wyjaśnienie znaczenia poszczególnych skrótów znajduje się pod tab. 3):

1) *max(abs())* – dobrze wypada dla modeli o znacznej różnicy w wartościach parametrów strukturalnych co do wartości bezwzględnej w sytuacji, kiedy jeden z parametrów jest co do modułu mniejszy od 1[3] (równomiernie rozkłada liczba przekroczeń zarówno dla wysokich i niskich wartości ocen parametrów).
2) $Std(X_t)$ – uzyskano dobre wyniki dla zmiennych z relatywnie niskimi wartościami bezwzględnymi parametrów modelu (dla zmiennych z wysokimi wartościami bezwzględnymi parametrów strukturalnych $Std(X_t)$ wykazuje wysoką częstość przekroczeń wartości krytycznej). Zaburzenie jest bardzo wrażliwe na wysoki poziom R^2.

---

[3] W rzeczywistości zrealizowano więcej wariantów symulacji, w tym dla procesów z trendem liniowym oraz modeli generujących o parametrach co do modułu mniejszych od 1, jednak ze względów redakcyjnych nie zamieszczono wyników tych symulacji w niniejszym artykule. Niemniej jednak we wnioskach uwzględniono wyniki uzyskane dla wszystkich zrealizowanych wariantów scenariuszy symulacji.

Tabela 1. Nieodrzucenia hipotezy zerowej w teście DFFITS, uzyskane w symulacjach wg scenariuszy z grupy 2 dla R^2=0,8

Rozkład X'ów			N			N			X^2			X^2	
Rozkład szumu			N			X^2			N			X^2	
Parametry		Suma	X_1	X_2	Suma	X_1	X_2	Suma	X_1	X_2	Suma	X_1	X_2
3; 3	max(abs())	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	Std(Xt)	730	360	370	680	300	380	1420	690	730	1520	750	770
	V(Xt)	0	0	0	0	0	0	2000	1000	1000	2000	1000	1000
	max(abs()/coeff)	1120	560	560	970	510	460	70	50	20	100	50	50
	15%(Xt)	1200	610	590	1160	590	570	680	370	310	700	330	370
	Se	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4; 2	max(abs())	0	0	0	20	0	20	0	0	0	0	0	0
	Std(Xt)	1090	130	960	1070	130	940	1370	410	960	1480	520	960
	V(Xt)	0	0	0	0	0	0	2000	1000	1000	2000	1000	1000
	max(abs()/coeff)	1310	810	500	1250	800	450	130	120	10	160	150	10
	15%(Xt)	1480	630	850	1480	640	840	740	200	540	740	260	480
	Se	50	0	50	40	0	40	80	0	80	40	0	40
5; 1	max(abs())	380	0	380	440	0	440	0	0	0	0	0	0
	Std(Xt)	1070	70	1000	1080	80	1000	1420	420	1000	1320	320	1000
	V(Xt)	0	0	0	10	0	10	2000	1000	1000	2000	1000	1000
	max(abs()/coeff)	1090	890	200	1070	870	200	370	370	0	290	290	0
	15%(Xt)	1600	640	960	1470	540	930	1030	310	720	960	200	760
	Se	570	0	570	550	0	550	650	0	650	680	0	680

Źródło: opracowanie własne.

Tabela 2. Nieodrzucenia hipotezy zerowej w teście DFFITS, uzyskane w symulacjach wg scenariuszy z grupy 2 dla R^2=0,6

Rozkład X'ów			N			N			X^2			X^2	
Rozkład szumu			N			X^2			N			X^2	
Parametry		Suma	X_1	X_2	Suma	X_1	X_2	Suma	X_1	X_2	Suma	X_1	X_2
3; 3	max(abs())	70	40	30	80	30	50	0	0	0	0	0	0
	Std(Xt)	1930	970	960	1900	980	920	1860	930	930	1930	970	960
	V(Xt)	0	0	0	0	0	0	2000	1000	1000	2000	1000	1000
	max(abs()/coeff)	1960	980	980	1960	970	990	640	380	260	980	440	540
	15%(Xt)	1660	790	870	1440	750	690	880	470	410	1100	570	530
	Se	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4; 2	max(abs())	150	0	150	110	0	110	0	0	0	0	0	0
	Std(Xt)	1750	750	1000	1850	850	1000	1860	860	1000	1950	950	1000
	V(Xt)	0	0	0	0	0	0	2000	1000	1000	2000	1000	1000
	max(abs()/coeff)	1920	970	950	1880	980	900	750	570	180	910	640	270
	15%(Xt)	1570	710	860	1630	720	910	1060	380	680	1180	500	680
	Se	10	0	10	20	0	20	0	0	0	0	0	0
5; 1	max(abs())	860	0	860	800	10	790	150	0	150	150	0	150
	Std(Xt)	1690	690	1000	1630	630	1000	1850	850	1000	1890	890	1000
	V(Xt)	20	0	20	20	0	20	2000	1000	1000	2000	1000	1000
	max(abs()/coeff)	1730	1000	730	1740	1000	740	830	760	70	920	830	90
	15%(Xt)	1710	720	990	1630	640	990	1220	340	880	1230	390	840
	Se	250	0	250	220	0	220	210	0	210	270	0	270

Źródło: opracowanie własne.

Tabela 3. Nieodrzucenia hipotezy zerowej w teście DFFITS, uzyskane w symulacjach wg scenariuszy z grupy 1

Rozkład X'ów			N			N			X^2			X^2	
Rozkład szumu			N			X^2			N			X^2	
Parametry R^2	3; 3	Suma	X_1	X_2	Suma	X_1	X_2	Suma	X_1	X_2	Suma	X_1	X_2
0,6	max(abs())	50	30	20	40	40	0	0	0	0	0	0	0
	Std(Xt)	1950	960	990	1850	950	900	1910	960	950	1920	970	950
	V(Xt)	0	0	0	0	0	0	2000	1000	1000	2000	1000	1000
	max(abs()/coeff)	1960	960	1000	1930	980	950	540	210	330	880	410	470
	15%(Xt)	1640	790	850	1560	790	770	860	400	460	1100	540	560
	Se	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0,7	max(abs())	10	0	10	10	10	0	0	0	0	0	0	0
	Std(Xt)	1610	800	810	1570	760	810	1810	890	920	1890	960	930
	V(Xt)	0	0	0	0	0	0	2000	1000	1000	2000	1000	1000
	max(abs()/coeff)	1800	900	900	1610	800	810	290	160	130	560	270	290
	15%(Xt)	1550	790	760	1480	690	790	830	400	430	860	420	440
	Se	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0,8	max(abs())	10	0	10	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	Std(Xt)	1400	660	740	780	420	360	1570	770	800	1500	790	710
	V(Xt)	0	0	0	0	0	0	2000	1000	1000	2000	1000	1000
	max(abs()/coeff)	1720	830	890	1050	530	520	140	60	80	120	50	70
	15%(Xt)	1380	690	690	1210	680	530	650	310	340	700	350	350
	Se	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Ciąg dalszy tabeli 3

Rozkład X'ów			N			N			X^2			X^2	
Rozkład szumu			N			X^2			N			X^2	
Parametry R^2	3; 3	Suma	X_1	X_2	Suma	X_1	X_2	Suma	X_1	X_2	Suma	X_1	X_2
0,9	max(abs())	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	Std(Xt)	90	50	40	0	0	0	810	380	430	830	440	390
	V(Xt)	0	0	0	0	0	0	2000	1000	1000	2000	1000	1000
	max(abs()/coeff)	320	130	190	70	30	40	0	0	0	0	0	0
	15%(Xt)	1000	500	500	900	460	440	410	210	200	440	200	240
	Se	0	0	0	10	10	0	0	0	0	0	0	0

Oznaczenia: *max(abs())* – maksymalne bezwzględne odchylenie od średniej procesu objaśniającego (w przypadku procesów z trendem maksymalna wartość bezwzględna reszt dla modelu trendowego), *Std*(X_t) – odchylenie standardowe zmiennej objaśniającej, $V(X_t)$ – współczynnik zmienności zmiennej objaśniającej, *max(abs()/coeff)* – maksymalne bezwzględne odchylenie od średniej procesu objaśniającego (w przypadku procesów z trendem – maksymalna wartość bezwzględna reszt dla modelu trendowego) podzielona przez wartość oceny parametru strukturalnego, 15%(X_t) – 15% wartości procesu objaśniającego w zaburzanym okresie, *Se* – odchylenie standardowe reszt zaburzanego modelu, *N* – rozkład normalny, χ^2 – rozkład chi-kwadrat.

Źródło: opracowanie własne.

3) *V(X_t)* – miara najbardziej uniwersalna, wykazująca bardzo niską liczbę przekroczeń wartości krytycznej DFFITS (również dla zmiennych wykazujących trend liniowy). Nie można jej stosować dla procesów o średniej 0, co jednak w praktyce ma niewielkie znaczenie, gdyż w rzeczywistości procesy takie występują niezmiernie rzadko.
4) *max(abs()/coeff)* – dobrze wypada dla modeli o znacznej rozbieżności w ocenach parametrów, dla których wartość jednego z nich jest co do modułu większa od 1 (równomiernie rozkłada liczba przekroczeń zarówno dla wysokich i niskich wartości ocen parametrów). Wartość zaburzenia polecana również dla procesów wykazujących trend liniowy.
5) *15%(X_t)* – wartość zaburzenia polecana dla procesów stacjonarnych o rozkładzie normalnym (wysoka liczba przekroczeń wartości krytycznych DFFITS dla procesów z trendem liniowym).
6) *Se* – wartość zaburzenia wrażliwa na poziom R^2 (przy czym efektywniejsza dla modeli o większej wartości R^2) oraz dobrze wypadająca dla zmiennych o relatywnie bardzo niskiej wartości parametru w sytuacji, kiedy występuje duża bezwzględna różnica pomiędzy parametrami modelu.

LITERATURA

Charemza W. W., Deadman D. F. (1997), *Nowa ekonometria*, PWE, Warszawa.

Davidson R., MacKinnon J. G. (2004), *Econometric Theory and Methods*, Oxford University Press, New York.

Dębski W. (1995), *Przewidywanie i analizy symulacyjne w biznesie*, First Business College, Łódź.

Dębski W., Łapińska-Sobczak N., Markowski K. (1993), *Ekonometria*, Wydawnictwo UŁ, Łódź.

Gajda J. (2001), *Prognozowanie i symulacja a decyzje gospodarcze*, C. H. Beck, Warszawa.

Howrey E. P., Klein L. R. (1972), *Dynamic Properties of Nonlinear Econometric Models*, „International Economic Review”, No. 3, 599–618.

Klein L. R. (1982), *Wykłady z ekonometrii*, PWE, Warszawa.

Kufel T. (2007), *Ekonometria. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem programu GRETL*, PWN, Warszawa.

Maddala G. S. (2006), *Ekonometria*, C. H. Beck, Warszawa.

Strzała K. (1994), *Zastosowanie uogólnionych metod sterowania optymalnego do podejmowania decyzji gospodarczych*, Wydawnictwo UG, Gdańsk.

Welfe A. (2003), *Ekonometria*, PWE, Warszawa.

DETERMINATION OF OPTIMAL VALUE OF DISTURBANCE IN MULTIPLIER ANALYSIS – MONTE CARTLO SIMULATIONS

A b s t r a c t. In paper we asses several methods of calculating the value of impulse (disturbance) and goodness of empirical model in multiplier analysis. We investigate influence of impulse value for stability of model coefficients. We use Monte Carlo simulation approach.

K e y w o r d s: multiplier analysis, value of impulse (disturbance), DFFITS, Monte Carlo.